

ĐỀ THI CHÍNH THỨC VÀO 10

NĂM HỌC 2025 - 2026

MÔN TOÁN - THÀNH PHỐ HUẾ

Câu 1: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{x+\sqrt{x}}$ với x là số thực dương.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$.
- Rút gọn biểu thức A .
- Chứng minh rằng với mọi số thực dương x thì $(x+1)A \geq 2$.

Câu 2: (1 điểm) Cho phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$.

- Tính giá trị của Δ , từ đó suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu

thức $P = \frac{2}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1}$.

Câu 3: (1,5 điểm) a) Sau khi thống kê cân nặng (đơn vị: ki-lô-gam) của 44 bạn học sinh lớp 9A ở một trường trung học cơ sở, giáo viên chủ nhiệm có được bảng tần số ghép nhóm dưới đây:

Nhóm	[40;45)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)	[65;70)
Tần số	5	11	14	8	4	2

Tính tần số tương đối của nhóm [45;50).

- Một hộp chứa 6 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 6, hai thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Bạn An lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp và ghi số của thẻ lên bảng rồi bỏ tấm thẻ đó vào lại trong hộp, sau đó bạn Bình cũng làm tương tự như bạn An. Tính xác suất của biến cố X: “Tích hai số mà An và Bình đã ghi trên bảng chia hết cho 10”.

Câu 4: (1 điểm) Nhắc đến ẩm thực Huế, nổi tiếng nhất có lẽ là món bún bò Huế cay nồng, đậm đà hương vị. Một quán bún bò Huế có chi phí chuẩn bị mỗi ngày bao gồm chi phí cố định là 500 nghìn đồng và chi phí nguyên liệu cho 100 tô bún bò, mỗi tô là 25 nghìn đồng.

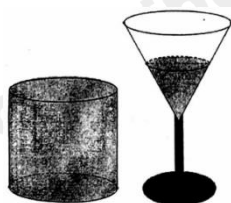
- Hỏi chi phí chuẩn bị mỗi ngày của quán bún đó là bao nhiêu nghìn đồng?
- Lợi nhuận y (nghìn đồng) của quán trong một ngày được tính bằng tổng số tiền bán được x (tô bún bò) trong ngày (với $x \in \mathbb{N}$, $x \leq 100$) trừ đi chi phí chuẩn bị của ngày đó. Biết quán bán mỗi tô bún bò với giá 40 nghìn đồng, hãy viết công thức biểu thị y theo x .

Câu 5: (1 điểm) Hai đội thợ máy I và II có tổng cộng 180 người. Sau khi chuyển 15 người từ đội I sang đội II thì số người ở đội II gấp đôi số người ở đội I. Tính số người của mỗi đội lúc đầu.

Câu 6: (3 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

- a) Chứng minh 4 điểm A, C, D, F cùng thuộc một đường tròn.
- b) Chứng minh tam giác FHD đồng dạng tam giác FEC.
- c) Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K. Đường thẳng KF cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai P. Gọi N là giao điểm của CP và EF, I là trung điểm của AH và M là trung điểm của BC. Chứng minh tam giác FHK đồng dạng tam giác NEC và ba điểm M, N, I thẳng hàng.

Câu 7: (1 điểm) Cho hai cốc thủy tinh không nắp (không chứa nước) gồm một cốc dạng hình trụ và một cốc có phần đựng nước dạng hình nón với bề dày thành cốc và đáy cốc không đáng kể, biết hình trụ và hình nón có cùng chiều cao và cùng bán kính đáy (tham khảo hình vẽ). Bạn Chi lấy một chai nước, đầu tiên đổ nước từ chai vào cốc hình trụ cho đến khi đầy rồi đổ tiếp vào cốc hình nón thì vừa hết nước trong chai và khi đó chiều cao của nước trong cốc hình nón bằng một nửa chiều cao của hình nón. Hỏi với cùng lượng nước ban đầu, bạn Chi đổ nước từ chai vào cốc hình nón trước cho đến khi đầy rồi đổ phần nước còn lại vào cốc hình trụ thì chiều cao của nước trong cốc hình trụ bằng bao nhiêu phần chiều cao của cốc hình trụ?



----- Hết -----



Câu 1: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{x+\sqrt{x}}$ với x là số thực dương.

- a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$.
 b) Rút gọn biểu thức A .
 c) Chứng minh rằng với mọi số thực dương x thì $(x+1)A \geq 2$.

Lời giải:

a) Thay $x=1$ (TMĐK) vào biểu thức A , ta được:

$$A = \frac{1}{\sqrt{1}+1} + \frac{1}{1+\sqrt{1}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$$

Vậy khi $x=1$ thì $A=1$.

b) $A = \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{x+\sqrt{x}}$ (với x là số thực dương)

$$= \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} + \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

Vậy $A = \frac{1}{\sqrt{x}}$ với x là số thực dương.

c) Ta có $(x+1)A = (x+1) \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương $\sqrt{x}$ và $\frac{1}{\sqrt{x}}$, ta có:

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}} = 2.$$

Vậy với mọi số thực dương x , ta có $(x+1)A \geq 2$.

Câu 2: (1 điểm) Cho phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$.

a) Tính giá trị của Δ , từ đó suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu

$$\text{thức } P = \frac{2}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1}.$$

Lời giải:

a) Phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ có $a = 1; b = -3; c = 1$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4.1 = 5 > 0$$

Suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{2}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1} \\ &= \frac{2(x_1 - 1)}{(x_2 - 1)(x_1 - 1)} + \frac{x_2(x_2 - 1)}{(x_2 - 1)(x_1 - 1)} \\ &= \frac{2x_1 - 2 + x_2^2 - x_2}{x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1} \end{aligned}$$

Vì x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ nên $x_2^2 - 3x_2 + 1 = 0$

$$\text{Suy ra } x_2^2 = 3x_2 - 1$$

Thay $x_2^2 = 3x_2 - 1$ vào tử số của $P = \frac{2x_1 - 2 + x_2^2 - x_2}{x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1}$, ta được

$$\begin{aligned} &2x_1 - 2 + (3x_2 - 1) - x_2 \\ &= 2x_1 - 2 + 3x_2 - 1 - x_2 \\ &= 2x_1 + 2x_2 - 3 \\ &= 2(x_1 + x_2) - 3 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } P = \frac{2(x_1 + x_2) - 3}{x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1}$$

$$x_1, x_2 \text{ là nghiệm của phương trình nên theo Viète, ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 3 \\ x_1x_2 = \frac{c}{a} = 1 \end{cases}$$

$$\text{Thay } x_1 + x_2 = 3 \text{ và } x_1x_2 = 1 \text{ vào } P = \frac{2(x_1 + x_2) - 3}{x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1}, \text{ ta được: } P = \frac{2.3 - 3}{1 - 3 + 1} = -3.$$

Vậy $P = -3$.

Câu 3: (1,5 điểm) a) Sau khi thống kê cân nặng (đơn vị: ki-lô-gam) của 44 bạn học sinh lớp 9A ở một trường trung học cơ sở, giáo viên chủ nhiệm có được bảng tần số ghép nhóm dưới đây:

Nhóm	[40;45)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)	[65;70)
Tần số	5	11	14	8	4	2

Tính tần số tương đối của nhóm [45;50).

b) Một hộp chứa 6 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 6, hai thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Bạn An lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp và ghi số của thẻ lên bảng rồi bỏ tấm thẻ đó vào lại trong hộp, sau đó bạn Bình cũng làm tương tự như bạn An. Tính xác suất của biến cố X: “Tích hai số mà An và Bình đã ghi trên bảng chia hết cho 10”.

Lời giải:

a) Tần số tương đối của nhóm [45;50) là: $\frac{11}{44} \cdot 100\% = 25\%$.

Vậy tần số tương đối của nhóm [45;50) là 25%.

b) Các kết quả có thể là:

Bình \ An	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(2;1)	(3;1)	(4;1)	(5;1)	(6;1)
2	(1;2)	(2;2)	(3;2)	(4;2)	(5;2)	(6;2)
3	(1;3)	(2;3)	(3;3)	(4;3)	(5;3)	(6;3)
4	(1;4)	(2;4)	(3;4)	(4;4)	(5;4)	(6;4)
5	(1;5)	(2;5)	(3;5)	(4;5)	(5;5)	(6;5)
6	(1;6)	(2;6)	(3;6)	(4;6)	(5;6)	(6;6)

Số phần tử của không gian mẫu của phép thử là 36.

Các kết quả thuận lợi của biến cố X: “Tích hai số mà An và Bình đã ghi trên bảng chia hết cho 10” là: (5;2); (5;4); (5;6); (2;5); (4;5); (6;5).

Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố X.

Vậy xác suất của biến cố X: “Tích hai số mà An và Bình đã ghi trên bảng chia hết cho 10” là: $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Câu 4: (1 điểm) Nhắc đến ẩm thực Huế, nổi tiếng nhất có lẽ là món bún bò Huế cay nồng, đậm đà hương vị. Một quán bún bò Huế có chi phí chuẩn bị mỗi ngày bao gồm chi phí cố định là 500 nghìn đồng và chi phí nguyên liệu cho 100 tô bún bò, mỗi tô là 25 nghìn đồng.

a) Hỏi chi phí chuẩn bị mỗi ngày của quán bún đó là bao nhiêu nghìn đồng?

b) Lợi nhuận y (nghìn đồng) của quán trong một ngày được tính bằng tổng số tiền bán được x (tô bún bò) trong ngày (với $x \in \mathbb{N}$, $x \leq 100$) trừ đi chi phí chuẩn bị của ngày đó. Biết quán bán mỗi tô bún bò với giá 40 nghìn đồng, hãy viết công thức biểu thị y theo x .

Lời giải:

a) Chi phí chuẩn bị mỗi ngày của quán bún là:

$$500 + 100.25 = 3\,000 \text{ (nghìn đồng)}$$

b) Mỗi bát bún bò được bán với giá 40 (nghìn đồng), do đó khi bán được x bát thì thu được $40x$ (nghìn đồng).

Lợi nhuận của quán được tính theo công thức:

$$y = 40x - 3000 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Câu 5: (1 điểm) Hai đội thợ máy I và II có tổng cộng 180 người. Sau khi chuyển 15 người từ đội I sang đội II thì số người ở đội II gấp đôi số người ở đội I. Tính số người của mỗi đội lúc đầu.

Lời giải:

Gọi số người của đội I và đội II lúc đầu lần lượt là x, y (người, $x, y \in \mathbb{N}^*$; $x, y < 180$)

Hai đội thợ máy I và II có tổng cộng 180 người nên ta có phương trình: $x + y = 180$ (1)

Sau khi chuyển 15 người từ đội I sang đội II thì số người ở đội II gấp đôi số người ở đội I nên ta có phương trình: $y + 15 = 2(x - 15)$ hay $2x - y = 45$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ 2x - y = 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ 3x = 225 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 105 \\ x = 75 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy lúc đầu đội I có 75 người, đội II có 105 người.

Câu 6: (3 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

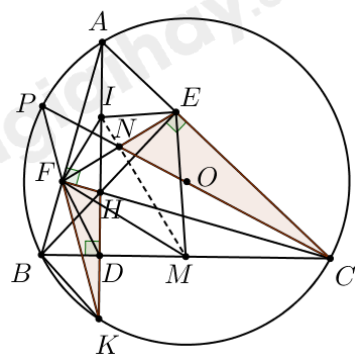
a) Chứng minh 4 điểm A, C, D, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh tam giác FHD đồng dạng tam giác FEC.

c) Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K. Đường thẳng KF cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai P. Gọi N là giao điểm của CP và EF, I là trung điểm của AH và M là trung điểm của BC. Chứng minh tam giác FHK đồng dạng tam giác NEC và ba điểm M, N, I thẳng hàng.

Lời giải:

a)



ΔAFC vuông tại F nên A, F, C cùng thuộc đường tròn đường kính AC

b) Ta có $\triangle AFH$ vuông tại F và $\triangle AEH$ vuông tại E nên A, F, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính AH

và F, D, H, B cùng thuộc đường tròn đường kính BH.

$$\angle HAE = \angle HBD \text{ (cùng chắn cùng DE)}$$

Vậy $\angle HFE = \angle DFH$

Tương tự $\angle HDF = \angle HBF = \angle FCE$ nên suy ra $\triangle HFD \sim \triangle EFC (g.g)$

c) Xét $\triangle FHK$ và $\triangle NEC$ có $\angle FHK = \angle NEC$ (do $\triangle HFD \sim \triangle EFC(g.g)$)

$$\angle FKH = \angle NCE \text{ (cùng chắn cùng AP)}$$

$$\text{Vậy } \Delta FHK \propto \Delta NEC(g.g)$$

Do $\Delta FHK \propto \Delta NEC(g.g)$ nên $\frac{NE}{FH} = \frac{EC}{HK}$ nên $NE = \frac{EC.FH}{HK}$

Theo b) $\Delta HFD \sim \Delta EFC(g.g)$ nên $\frac{EF}{HF} = \frac{EC}{HD}$ nên $EF = \frac{EC.HF}{HD}$

Suy ra $\frac{NE}{EF} = \frac{HD}{HK}$

Ta có $\angle KBD = \angle KAC = \angle DBH$ nên BD vừa là đường cao vừa là phân giác của $\triangle KBH$

Suy ra BD là trung tuyến hay $HD = DK$

Suy ra $\frac{NE}{EF} = \frac{HD}{HK} = \frac{1}{2}$ hay N là trung điểm của EF

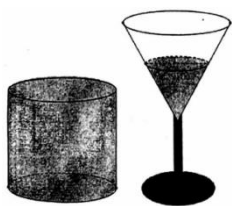
Lại có $IE = IF$ (bán kính của đường tròn đường kính AH)

và $ME = MF$ (bán kính của đường tròn đường kính BC)

Nên MI là trung trực của EF

Mà N là trung điểm EF nên M, N, I thẳng hàng.

Câu 7: (1 điểm) Cho hai cốc thủy tinh không nắp (không chứa nước) gồm một cốc dạng hình trụ và một cốc có phần đựng nước dạng hình nón với bề dày thành cốc và đáy cốc không đáng kể, biết hình trụ và hình nón có cùng chiều cao và cùng bán kính đáy (tham khảo hình vẽ). Bạn Chi lấy một chai nước, đầu tiên đổ nước từ chai vào cốc hình trụ cho đến khi đầy rồi đổ tiếp vào cốc hình nón thì vừa hết nước trong chai và khi đó chiều cao của nước trong cốc hình nón bằng một nửa chiều cao của hình nón. Hỏi với cùng lượng nước ban đầu, bạn Chi đổ nước từ chai vào cốc hình nón trước cho đến khi đầy rồi đổ phần nước còn lại vào cốc hình trụ thì chiều cao của nước trong cốc hình trụ bằng bao nhiêu phần chiều cao của cốc hình trụ?



Lời giải:

Gọi h là chiều cao chung của cốc hình trụ và cốc hình nón.

Gọi r là bán kính đáy chung của cốc hình trụ và cốc hình nón.

Thể tích của cốc hình trụ là: $V_T = \pi r^2 h$.

Thể tích của cốc hình nón là: $V_N = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Đổ nước vào cốc hình trụ trước, sau đó vào cốc hình nón.

Khi đổ đầy cốc hình trụ, lượng nước đã sử dụng là: $V_1 = V_T = \pi r^2 h$.

Sau đó, đổ nước vào cốc hình nón. Chiều cao của nước trong cốc hình nón là $h_n = \frac{h}{2}$.

Có tỉ số bán kính mặt nước r_n và bán kính đáy r bằng tỉ số chiều cao nước h_n và chiều cao hình nón h :

$$\frac{r_n}{r} = \frac{h_n}{h} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Suy ra } r_n = \frac{r}{2}.$$

Thể tích nước trong cốc hình nón là:

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi r_n^2 h_n = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{r}{2} \right)^2 \left(\frac{h}{2} \right) = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{r^2}{4} \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{24} \pi r^2 h.$$

Tổng lượng nước trong chai là:

$$V = V_1 + V_2 = \pi r^2 h + \frac{1}{24} \pi r^2 h = \left(1 + \frac{1}{24} \right) \pi r^2 h = \frac{25}{24} \pi r^2 h.$$

Đổ nước vào cốc hình nón trước, sau đó vào cốc hình trụ.

Khi đổ đầy cốc hình nón, lượng nước đã sử dụng là: $V_N = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Lượng nước còn lại trong chai để đổ vào cốc hình trụ là:

$$V_3 = V - V_N = \frac{25}{24} \pi r^2 h - \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{17}{24} \pi r^2 h$$

Đổ lượng nước còn lại này vào cốc hình trụ.

Gọi h_t là chiều cao của nước trong cốc hình trụ.

Thể tích nước trong cốc hình trụ là $V_4 = \pi R^2 h_t$.

Ta có phương trình: $V_3 = V_4$ hay $\pi r^2 h_t = \frac{17}{24} \pi r^2 h$

Suy ra $h_t = \frac{17}{24} h$.

Vậy chiều cao của nước trong cốc hình trụ bằng $\frac{17}{24}$ chiều cao của cốc hình trụ.