

ĐỀ THI CHÍNH THỨC VÀO 10

NĂM HỌC 2025 - 2026

MÔN TOÁN - TỈNH QUẢNG NINH

I. TRẮC NGHIỆM:

II. TỰ LUẬN:

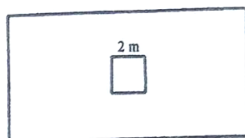
Câu 1: (0,75 điểm) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 4$.

Câu 2: (0,75 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$

Câu 3: (0,75 điểm) Giải bất phương trình $\frac{5+4x}{2} + \frac{x+1}{6} > 1+3x$.

Câu 4: (0,75 điểm) Cho phương trình $x^2 - 19x + 9 = 0$ có hai nghiệm phân biệt dương x_1, x_2 . Không tính x_1, x_2 , chứng minh hai số $a = \sqrt{x_1} + 3\sqrt{x_2}$ và $b = \sqrt{x_2} + 3\sqrt{x_1}$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 20x + 87 = 0$.

Câu 5: (1 điểm) Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 12 m. Ở chính giữa mảnh đất người ta làm một vườn hoa hình vuông cạnh bằng 2 m (minh họa hình bên). Biết diện tích còn lại của mảnh đất (không tính phần đất làm vườn hoa) là 104 m^2 , tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.



Câu 6: (2,5 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính BC, điểm A nằm trên đường tròn (O) sao cho $AB < AC$ (A khác B). Kẻ đường cao AH của tam giác ABC ($H \in BC$). Qua điểm O kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng AB tại điểm D.

- Chứng minh bốn điểm A, D, H, O cùng nằm trên một đường tròn;
- Điểm I là giao điểm của các đường thẳng AH và OD. Đường thẳng BI cắt đường thẳng AC tại điểm F. Tiếp tuyến tại B của đường tròn (O) cắt đường thẳng AC tại điểm M. Chứng minh $AB^2 = AH \cdot BM$ và $AM = AF$;
- Qua điểm I kẻ đường thẳng (d) song song với đường thẳng AO, qua điểm B kẻ đường thẳng (d') song song với đường thẳng AC, hai đường thẳng (d) và (d') cắt nhau tại K. Chứng minh tam giác KFC cân.

Câu 7: (0,5 điểm) Trên bàn có 40 thẻ chia thành 10 nhóm, mỗi nhóm có 4 thẻ. Mỗi thẻ của nhóm 1 được đánh số 1, mỗi thẻ của nhóm 2 được đánh số 2, cứ như vậy mỗi thẻ của nhóm 10 được đánh số 10. Mỗi lần người chơi lấy ra 3 thẻ trên bàn sao cho tổng các số ghi trên 3 thẻ bằng 9 hoặc 19 rồi bỏ cả 3 thẻ này ra khỏi

bàn. Cuối cùng, trên bàn còn đứng một thẻ. Hỏi thẻ còn lại trên bàn được đánh số bao nhiêu? Giải thích tại sao và chỉ ra một cách lấy thẻ thoả mãn kết quả đưa ra?

----- **Hết** -----

**I. TRẮC NGHIỆM:**

1.A	2.D	3.B	4.D	5.D	6.C
7.A	8.D	9.D	10.B	11.B	12.C

II. TỰ LUẬN:

Câu 1: (0,75 điểm) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 4$.

Lời giải:

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (\text{với } x > 0, x \neq 4)$$

$$= \left[\frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \right] \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{\sqrt{x}-2+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$$

$$= \frac{1}{x-4}.$$

Vậy với $x > 0, x \neq 4$ thì $A = \frac{1}{x-4}$

Câu 2: (0,75 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=5 \\ 3x-y=1 \end{cases}$

Lời giải:

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ 3x-y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ 6x-2y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 7x = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 + 2y = 5 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) = (1; 2)$

Câu 3: (0,75 điểm) Giải bất phương trình $\frac{5+4x}{2} + \frac{x+1}{6} > 1+3x$.

Lời giải:

$$\frac{5+4x}{2} + \frac{x+1}{6} > 1+3x$$

$$\frac{3(5+4x)}{6} + \frac{x+1}{6} > \frac{6(1+3x)}{6}$$

$$15+12x+x+1 > 6+18x$$

$$15+12x+x+1-6-18x > 0$$

$$-5x > -10$$

$$x < 2$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < 2$

Câu 4: (0,75 điểm) Cho phương trình $x^2 - 19x + 9 = 0$ có hai nghiệm phân biệt dương x_1, x_2 . Không tính

x_1, x_2 , chứng minh hai số $a = \sqrt{x_1} + 3\sqrt{x_2}$ và $b = \sqrt{x_2} + 3\sqrt{x_1}$ là hai nghiệm của phương trình

$$x^2 - 20x + 87 = 0.$$

Lời giải:

Vì phương trình có hai nghiệm phân biệt nên áp dụng định lý Viète ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 19 \\ x_1 \cdot x_2 = 9 \end{cases}$

$$\text{Ta có: } a + b = \sqrt{x_1} + 3\sqrt{x_2} + \sqrt{x_2} + 3\sqrt{x_1} = 4(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})$$

$$\text{Mà } (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2 = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} = 19 + 2\sqrt{9} = 19 + 6 = 25 \text{ nên } \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 5$$

$$\text{Suy ra } a + b = 4 \cdot 5 = 20$$

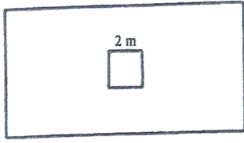
$$\text{Lại có: } ab = (\sqrt{x_1} + 3\sqrt{x_2})(\sqrt{x_2} + 3\sqrt{x_1})$$

$$= \sqrt{x_1 x_2} + 3x_1 + 3x_2 + 9\sqrt{x_1 x_2}$$

$$= 3(x_1 + x_2) + 10\sqrt{x_1 x_2} = 3 \cdot 19 + 10\sqrt{9} = 87$$

Vậy a và b là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 20x + 87 = 0$.

Câu 5: (1 điểm) Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 12 m. Ở chính giữa mảnh đất người ta làm một vườn hoa hình vuông cạnh bằng 2 m (minh họa hình bên). Biết diện tích còn lại của mảnh đất (không tính phần đất làm vườn hoa) là 104 m^2 , tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.



Lời giải:

Gọi chiều dài của mảnh đất là $x(m)$, $x > 12$

Chiều rộng của mảnh đất là $x - 12(m)$

Diện tích mảnh đất là $x(x - 12) \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích vườn hoa hình vuông là $2.2 = 4 \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích phần còn lại của mảnh đất là $x(x - 12) - 4 \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích phần còn lại của mảnh đất là 104 m^2 nên ta có phương trình:

$$x(x - 12) - 4 = 104$$

$$x^2 - 12x - 4 - 104 = 0$$

$$x^2 - 12x - 108 = 0$$

Giải phương trình ta được $x = 18$ (TM); $x = -6$ (Loại)

Vậy chiều dài mảnh đất là 18 m, chiều rộng mảnh đất là 6 m.

Câu 6: (2,5 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính BC, điểm A nằm trên đường tròn (O) sao cho $AB < AC$ (A khác B). Kẻ đường cao AH của tam giác ABC ($H \in BC$). Qua điểm O kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng AB tại điểm D.

a) Chứng minh bốn điểm A, D, H, O cùng nằm trên một đường tròn;

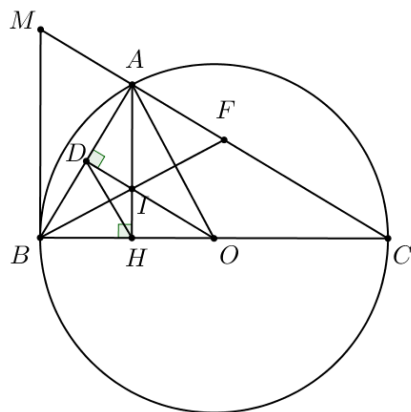
b) Điểm I là giao điểm của các đường thẳng AH và OD. Đường thẳng BI cắt đường thẳng AC tại điểm F.

Tiếp tuyến tại B của đường tròn (O) cắt đường thẳng AC tại điểm M. Chứng minh $AB^2 = AH \cdot BM$ và $AM = AF$;

c) Qua điểm I kẻ đường thẳng (d) song song với đường thẳng AO, qua điểm B kẻ đường thẳng (d') song song với đường thẳng AC, hai đường thẳng (d) và (d') cắt nhau tại K. Chứng minh tam giác KFC cân.

Lời giải:

a)



Do $AH \perp BC$ nên $\triangle AHO$ vuông tại H nên A, H, O cùng thuộc đường tròn đường kính AO

Tương tự $OD \perp AB$ nên $\triangle ADO$ vuông tại D nên A, D, O cùng thuộc đường tròn đường kính AO

Suy ra A, H, D, O cùng thuộc đường tròn đường kính AO

b) Do $A \in (O)$ nên $\angle BAC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét $\triangle ABM$ vuông tại A có $\angle AMB + \angle MBA = 90^\circ$

Xét $\triangle MBC$ vuông tại B (tính chất tiếp tuyến) có $\angle ABC + \angle MBA = 90^\circ$

Suy ra $\angle AMB = \angle ABC$

Xét $\triangle ABH$ và $\triangle CMB$ có $\angle ABC = \angle CMB$ và $\angle AHB = \angle CBM (= 90^\circ)$

Nên $\triangle ABH \sim \triangle CMB (g.g)$ suy ra $\frac{BH}{BM} = \frac{AH}{BC}$ hay $AH \cdot BM = BH \cdot BC$ (1)

Xét $\triangle ABH$ và $\triangle CBA$ có $\angle ABC$ chung và $\angle AHB = \angle BAC (= 90^\circ)$

Nên $\triangle ABH \sim \triangle CBA (g.g)$ suy ra $\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB}$ hay $AB^2 = BH \cdot BC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AB^2 = AH \cdot BM$

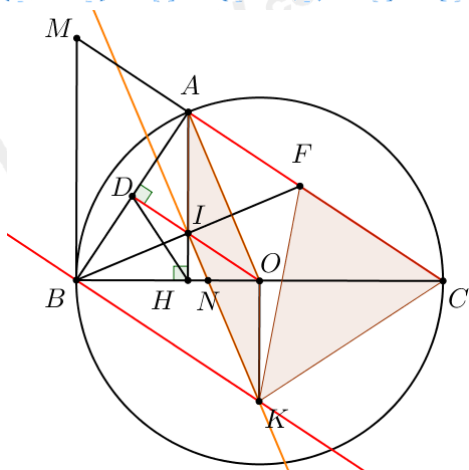
Do $OD \perp AB, AC \perp AB$ nên $OD \parallel AC$.

Mà O là trung điểm BC nên OI là đường trung bình của $\triangle FBC$ suy ra I là trung điểm BF

Lại có $AI \parallel MB (\perp BC)$ nên AI là đường trung bình của $\triangle FMB$ suy ra A là trung điểm MF.

Vậy $AM = AF$

c)



Xét $\triangle ABO$ có OD, AH là đường cao cắt nhau tại I nên I là trực tâm

suy ra $BI \perp AO$. Mà $IK \parallel AO$ nên $IK \perp BF$

Ta có I là trung điểm của BF (cmt)

Vậy IK là đường trung trực của BF. Suy ra $KB = KF$ (3)

Do $BK \parallel AC$ mà $AC \perp AB$ nên $BK \perp AB$

Ta có $\angle KIO = \angle IOA$ (so le trong).

Mà $\angle IOA = \angle IOB$ (do $\triangle OAB$ cân tại O có OD là đường cao nên đồng thời là phân giác).

Suy ra $\angle KIO = \angle IOB$

Gọi N là giao điểm của IK và OB thì $\triangle INO$ cân tại N nên $NI = NO$

Từ $\angle KIO = \angle IOB$ suy ra $\angle IKB = \angle OBK$ (cặp góc so le trong của $IO \parallel BK$)

Suy ra ΔNBK cân tại N hay $NB = NK$

Suy ra $OB = IK$

Mà $OB = OA$ nên $IK = OA$

Kết hợp $OA \parallel IK$ nên $AOKI$ là hình bình hành

Suy ra $OK \parallel AH$. Mà $AH \perp BC$ nên $OK \perp BC$

Suy ra OK là trung trực của BC hay $KB = KC$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $KF = KC$ hay ΔKFC cân tại K

Câu 7: (0,5 điểm) Trên bàn có 40 thẻ chia thành 10 nhóm, mỗi nhóm có 4 thẻ. Mỗi thẻ của nhóm 1 được đánh số 1, mỗi thẻ của nhóm 2 được đánh số 2, cứ như vậy mỗi thẻ của nhóm 10 được đánh số 10. Mỗi lần người chơi lấy ra 3 thẻ trên bàn sao cho tổng các số ghi trên 3 thẻ bằng 9 hoặc 19 rồi bỏ cả 3 thẻ này ra khỏi bàn. Cuối cùng, trên bàn còn đúng một thẻ. Hỏi thẻ còn lại trên bàn được đánh số bao nhiêu? Giải thích tại sao và chỉ ra một cách lấy thẻ thoả mãn kết quả đưa ra?

Lời giải:

* Tìm thẻ còn lại

Tổng tất cả các số của thẻ là:

$$4.(1+2+3+\dots+10) = 4 \cdot \frac{10.(1+10)}{2} = 220$$

Vì cuối cùng trên bàn còn đúng 1 thẻ nên số lần lấy thẻ là: $\frac{40-1}{3} = 13$ (lần).

Gọi a (lần) là số lần lấy thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là 9; b (lần) là số lần lấy thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là 19 ($a, b \in \mathbb{N}$, $0 \leq a, b \leq 13$).

Tổng giá trị các thẻ lấy ra là: $9a + 19b$.

Gọi x là số trên thẻ còn lại $x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 10$.

Số trên thẻ còn lại trên bàn là: $x = 220 - (9a + 19b)$ (1)

Tổng số lần lấy thẻ là: $a + b = 13$ nên ta có $b = 13 - a$.

Thế $b = 13 - a$ vào (1), ta được:

$$\begin{aligned} x &= 220 - [9a + 19(13 - a)] \\ &= 220 - (9a + 247 - 19a) \\ &= 220 + 10a - 247 \\ &= 10a - 27 \end{aligned}$$

Vì số trên thẻ từ 1 đến 10 nên ta có bất phương trình:

$$1 \leq 10a - 27 \leq 10$$

$$28 \leq 10a \leq 37$$

$$2,8 \leq a \leq 3,7$$

Suy ra $a = 3$ (vì a là số tự nhiên).

Thay $a = 3$ vào $x = 10a - 27$, ta được:

$$x = 10 \cdot 3 - 27 = 3$$

Vậy thẻ còn lại được đánh số 3.

* Chỉ ra một cách lấy thẻ thoả mãn:

+) 3 lần lấy tổng bằng 9 là: (1; 2; 6); (2; 3; 4); (1; 1; 7)

+) $13 - 3 = 10$ lần lấy tổng bằng 19 là: (10; 6; 3); (9; 5; 5); (7; 7; 5); (8; 6; 5); (10; 5; 4); (6; 6; 7); (8; 8; 3); (9; 6; 4); (10; 7; 2); (6; 9; 4).