

CHUYÊN ĐỀ 4:

CÁC ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ

ÔN HÈ MÔN: TOÁN - LỚP 7



BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Dạng 3. Bài toán áp dụng công thức đại lượng tỉ lệ và dựa vào tính chất tỉ lệ để tìm các đại lượng

A. Lý thuyết

* Đại lượng tỉ lệ thuận

Khái niệm: Đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ a (a là hằng số khác 0) nếu $y = ax$.

Khi đó đại lượng x cũng tỉ lệ thuận với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{a}$.

Ta nói x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau.

Tính chất: Nếu đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x thì:

- Tỉ số hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (và bằng hệ số tỉ lệ):

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots = a.$$

- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2}; \frac{y_1}{y_3} = \frac{x_1}{x_3}; \frac{y_2}{y_3} = \frac{x_2}{x_3}; \dots$$

- Nếu z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ k_1 ; y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k_2 thì z tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $k_1 k_2$.

* Đại lượng tỉ lệ nghịch

Khái niệm: Đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ a (a là hằng số khác 0) nếu $y = \frac{a}{x}$.

Khi đó đại lượng x cũng tỉ lệ nghịch với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ a .

Ta nói x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau.

Tính chất: Nếu đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng x thì:

- Tích hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (và bằng hệ số tỉ lệ):

$$x_1 y_1 = x_2 y_2 = x_3 y_3 = \dots = a \text{ hay } \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots = a.$$

- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này nghịch đảo của tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_2}{x_1}; \frac{y_1}{y_3} = \frac{x_3}{x_1}; \frac{y_2}{y_3} = \frac{x_3}{x_2}; \dots$$

B. Bài tập

Bài 1: Cho biết y tỉ lệ nghịch với x theo tỉ số k_1 ($k_1 \neq 0$) và x tỉ lệ nghịch với z theo tỉ số k_2 ($k_2 \neq 0$).

Chọn câu đúng.

A. y và z tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số tỉ lệ $\frac{k_1}{k_2}$.

B. y và z tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số tỉ lệ $\frac{k_2}{k_1}$.

C. y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ $k_1 \cdot k_2$.

D. y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ $\frac{k_1}{k_2}$.

Bài 2: Cho biết x tỉ lệ thuận với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ -3 . Cho bảng giá trị sau:

x	-4	x_2	1
y	y_1	$\frac{2}{3}$	y_3

Khi đó:

A. $y_1 = \frac{4}{3}; x_2 = -2; y_3 = -3$.

B. $y_1 = \frac{4}{3}; x_2 = -2; y_3 = -\frac{1}{3}$.

C. $y_1 = \frac{3}{4}; x_2 = -2; y_3 = -\frac{1}{3}$.

D. $y_1 = \frac{4}{3}; x_2 = 2; y_3 = -\frac{1}{3}$.

Bài 3: Giả sử đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng y , x_1, x_2 là hai giá trị khác nhau của x ; y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Tính x_1 biết $x_2 = 3; y_1 = \frac{-3}{5}; y_2 = \frac{1}{10}$.

- A. $x_1 = -18$. B. $x_1 = 18$. C. $x_1 = -6$. D. $x_1 = 6$.

Bài 4: Giả sử x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, x_1, x_2 là hai giá trị khác nhau của x ; y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Tính $x_1; y_1$ biết $2y_1 + 3x_1 = 24, x_2 = -6, y_2 = 3$.

- A. $x_1 = 12; y_1 = 6$. B. $x_1 = -12; y_1 = -6$.
C. $x_1 = 12; y_1 = -6$. D. $x_1 = -12; y_1 = 6$.

Bài 5: Cho hai đại lượng tỉ lệ nghịch x và y ; x_1 và x_2 là hai giá trị của x ; y_1 và y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $x_1 = 4, x_2 = 3$ và $y_1 + y_2 = 14$. Khi đó $y_2 = ?$

- A. $y_2 = 5$. B. $y_2 = 7$. C. $y_2 = 6$. D. $y_2 = 8$.

Bài 6: Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x = 6$ thì $y = 4$.

- a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x .
b) Biểu diễn y theo x .
c) Tính giá trị của y khi $x = 9$.

Bài 7: Cho y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k ; với $x_1; x_2$ có giá trị tương ứng với $y_1; y_2$ và $x_1 + x_2 = 4; y_1 + y_2 = 8$. Tìm hệ số tỉ lệ k .

Bài 8: Hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = 8$ thì $y = 15$.

- a) Tìm hệ số tỉ lệ.
b) Hãy biểu diễn y theo x .
c) Tính giá trị của y khi $x = 6; x = 10$.

Bài 9: Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau. Khi x nhận các giá trị $x_1 = 3; x_2 = 2$ thì các giá trị tương ứng của $y_1; y_2$ có tổng bằng 15.

- a) Biểu diễn y qua x .
b) Tính giá trị của x khi $y = -18$.

Bài 10: Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau. Khi x nhận các giá trị $x_1 = 2; x_2 = 5$ thì các giá trị tương ứng của $y_1; y_2$ thoả mãn $3y_1 + 4y_2 = 46$. Hãy biểu diễn y qua x .

-----Hết-----

Hướng dẫn giải chi tiết

Bài 1: Cho biết y tỉ lệ nghịch với x theo tỉ số k_1 ($k_1 \neq 0$) và x tỉ lệ nghịch với z theo tỉ số k_2 ($k_2 \neq 0$).

Chọn câu đúng.

A. y và z tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số tỉ lệ $\frac{k_1}{k_2}$.

B. y và z tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số tỉ lệ $\frac{k_2}{k_1}$.

C. y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ $k_1.k_2$.

D. y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ $\frac{k_1}{k_2}$.

Phương pháp

Áp dụng tính chất tỉ lệ nghịch và định nghĩa tỉ lệ thuận.

Lời giải

Vì y tỉ lệ nghịch với x theo tỉ số k_1 ($k_1 \neq 0$) nên $y = \frac{k_1}{x}$.

Và x tỉ lệ nghịch với z theo tỉ số k_2 ($k_2 \neq 0$) nên $x = \frac{k_2}{z}$.

Thay $x = \frac{k_2}{z}$ vào $y = \frac{k_1}{x}$ ta được $y = \frac{k_1}{\frac{k_2}{z}} = \frac{k_1}{k_2} z$.

Nên y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ $\frac{k_1}{k_2}$.

Đáp án: D

Bài 2: Cho biết x tỉ lệ thuận với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ -3 . Cho bảng giá trị sau:

x	-4	x_2	1
y	y_1	$\frac{2}{3}$	y_3

Khi đó:

A. $y_1 = \frac{4}{3}; x_2 = -2; y_3 = -3.$

B. $y_1 = \frac{4}{3}; x_2 = -2; y_3 = -\frac{1}{3}.$

C. $y_1 = \frac{3}{4}; x_2 = -2; y_3 = -\frac{1}{3}.$

D. $y_1 = \frac{4}{3}; x_2 = 2; y_3 = -\frac{1}{3}.$

Phương pháp

Xác định công thức biểu diễn x theo y sau đó thay các giá trị đã biết vào công thức để tính giá trị chưa biết.

Lưu ý: x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ thì $x = ay$.

Lời giải

Vì x tỉ lệ thuận với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ -3 nên ta có $x = -3y$.

$\rightarrow -4 = -3.y_1$ suy ra $y_1 = \frac{4}{3}$

$\rightarrow x_2 = -3.\frac{2}{3} = -2$

$\rightarrow 1 = -3.y_3$ suy ra $y_3 = -\frac{1}{3}$

Vậy $y_1 = \frac{4}{3}; x_2 = -2; y_3 = -\frac{1}{3}.$

Đáp án: B

Bài 3: Giả sử đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng y , x_1, x_2 là hai giá trị khác nhau của x ; y_1, y_2 là hai giá

trị tương ứng của y . Tính x_1 biết $x_2 = 3; y_1 = \frac{-3}{5}; y_2 = \frac{1}{10}$.

A. $x_1 = -18.$

B. $x_1 = 18.$

C. $x_1 = -6.$

D. $x_1 = 6.$

Phương pháp

Áp dụng tính chất tỉ lệ thuận.

Lời giải

Vì đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng y nên $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$ hay $\frac{x_1}{3} = \frac{\frac{-3}{5}}{\frac{1}{10}} = -6$ suy ra $x_1 = -6.3 = -18.$

Đáp án: A

Bài 4: Giả sử x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, x_1, x_2 là hai giá trị khác nhau của x ; y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Tính $x_1; y_1$ biết $2y_1 + 3x_1 = 24, x_2 = -6, y_2 = 3$.

A. $x_1 = 12; y_1 = 6$.

B. $x_1 = -12; y_1 = -6$.

C. $x_1 = 12; y_1 = -6$.

D. $x_1 = -12; y_1 = 6$.

Phương pháp

Áp dụng tính chất tỉ lệ thuận và tính chất dãy tỉ số bằng nhau.

Lời giải

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$ nên $\frac{x_1}{-6} = \frac{y_1}{3}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x_1}{-6} = \frac{y_1}{3} = \frac{3x_1}{-18} = \frac{2y_1}{6} = \frac{3x_1 + 2y_1}{-18 + 6} = \frac{24}{-12} = -2$$

Nên $x_1 = (-2) \cdot (-6) = 12; y_1 = (-2) \cdot 3 = -6$.

Đáp án: C

Bài 5: Cho hai đại lượng tỉ lệ nghịch x và y ; x_1 và x_2 là hai giá trị của x ; y_1 và y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $x_1 = 4, x_2 = 3$ và $y_1 + y_2 = 14$. Khi đó $y_2 = ?$

A. $y_2 = 5$.

B. $y_2 = 7$.

C. $y_2 = 6$.

D. $y_2 = 8$.

Phương pháp

+ Từ tính chất tỉ lệ nghịch ta suy ra tỉ lệ thức.

+ Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau để hoàn thành.

Lời giải

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên $x_1 y_1 = x_2 y_2$ mà $x_1 = 4, x_2 = 3$ và $y_1 + y_2 = 14$

Do đó $4y_1 = 3y_2$ suy ra $\frac{y_1}{3} = \frac{y_2}{4}$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta được:

$$\frac{y_1}{3} = \frac{y_2}{4} = \frac{y_1 + y_2}{3 + 4} = \frac{14}{7} = 2$$

Do đó $\frac{y_1}{3} = 2$ suy ra $y_1 = 2.3 = 6$;

$\frac{y_2}{4} = 2$ suy ra $y_2 = 2.4 = 8$

Vậy $y_2 = 8$.

Đáp án: D

Bài 6: Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x = 6$ thì $y = 4$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x .

b) Biểu diễn y theo x .

c) Tính giá trị của y khi $x = 9$.

Phương pháp

Áp dụng công thức của tỉ lệ thuận: $y = kx$.

Lời giải

a) Vì hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau nên ta có: $y = kx$.

Vì khi $x = 6$ thì $y = 4$ nên $4 = 6k$, suy ra $k = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Vậy $k = \frac{2}{3}$.

b) Ta được: $y = \frac{2}{3}x$.

c) Khi $x = 9$ thì $y = \frac{2}{3}x = \frac{2}{3}.9 = 6$.

Vậy $y = 6$ khi $x = 9$.

Bài 7: Cho y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k ; với $x_1; x_2$ có giá trị tương ứng với $y_1; y_2$ và $x_1 + x_2 = 4; y_1 + y_2 = 8$. Tìm hệ số tỉ lệ k .

Phương pháp

Từ công thức tỉ lệ thuận suy ra hệ số k .

Áp dụng tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận và tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm k .

Lời giải

Vì y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k nên ta có: $y = kx$.

$$\text{Suy ra } k = \frac{y}{x} = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$$

$$\text{Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: } k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{8}{4} = 2.$$

Vậy $k = 2$.

Bài 8: Hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = 8$ thì $y = 15$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ.

b) Hãy biểu diễn y theo x .

c) Tính giá trị của y khi $x = 6; x = 10$.

Phương pháp

Áp dụng công thức tỉ lệ nghịch: $y = \frac{a}{x}$, a là hệ số.

Lời giải

a) Vì hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau nên ta có: $y = \frac{a}{x}$ (a là hệ số tỉ lệ).

Vì khi $x = 8$ thì $y = 15$ nên ta có: $15 = \frac{a}{8}$, suy ra $a = 15 \cdot 8 = 120$.

b) Ta được: $y = \frac{120}{x}$.

c) Khi $x = 6$ thì $y = \frac{120}{6} = 20$.

Khi $x = 10$ thì $y = \frac{120}{10} = 12$.

Bài 9: Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau. Khi x nhận các giá trị $x_1 = 3; x_2 = 2$ thì các giá trị tương ứng của $y_1; y_2$ có tổng bằng 15.

a) Biểu diễn y qua x .

b) Tính giá trị của x khi $y = -18$.

Phương pháp

Áp dụng công thức tỉ lệ nghịch: $y = \frac{a}{x}$, a là hệ số.

Sử dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm giá trị tương ứng.

Lời giải

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau nên $y = \frac{a}{x}$, suy ra $y_1 = \frac{a}{x_1}$; $y_2 = \frac{a}{x_2}$, suy ra

$$a = x_1 y_1 = x_2 y_2.$$

Với $x_1 = 3$; $x_2 = 2$ thì $a = 3 \cdot y_1 = 2 \cdot y_2$ nên $3y_1 = 2y_2$.

Do đó $\frac{y_1}{2} = \frac{y_2}{3} = \frac{y_1 + y_2}{2 + 3} = \frac{15}{5} = 3$, suy ra $y_2 = 2 \cdot 3 = 6$.

Do đó $a = 6 \cdot 3 = 18$

$$\text{Vậy } y = \frac{18}{x}.$$

b) Khi $y = -18$ thì $-18 = \frac{18}{x}$, suy ra $x = \frac{18}{-18} = -1$.

Vậy khi $y = -18$ thì $x = -1$.

Bài 10: Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau. Khi x nhận các giá trị $x_1 = 2$; $x_2 = 5$ thì các giá trị tương ứng của y_1 ; y_2 thỏa mãn $3y_1 + 4y_2 = 46$. Hãy biểu diễn y qua x .

Phương pháp

Áp dụng công thức tỉ lệ nghịch: $y = \frac{a}{x}$, a là hệ số.

Sử dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm giá trị tương ứng.

Lời giải

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau nên $y = \frac{a}{x}$, suy ra $y_1 = \frac{a}{x_1}$; $y_2 = \frac{a}{x_2}$, suy ra $a = x_1 y_1 = x_2 y_2$.

Với $x_1 = 2$; $x_2 = 5$ thì $2y_1 = 5y_2$, suy ra $\frac{y_1}{5} = \frac{y_2}{2}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{y_1}{5} = \frac{y_2}{2} = \frac{3y_1}{3.5} = \frac{4y_2}{4.2} = \frac{3y_1 + 4y_2}{3.5 + 4.2} = \frac{46}{23} = 2.$$

Suy ra $\frac{y_1}{5} = 2$, suy ra $y_1 = 10$.

Do đó $a = y_1 \cdot x_1 = 10 \cdot 2 = 20$.

Vậy $y = \frac{20}{x}$.