

CHUYÊN ĐỀ 4:

CÁC ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ

ÔN HÈ MÔN: TOÁN - LỚP 7



BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Dạng 1. Tìm thành phần chưa biết

A. Lý thuyết

* Tính chất của tỉ lệ thức:

- Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$.

- Nếu $ad = bc$ (với $a, b, c, d \neq 0$) thì ta có bốn tỉ lệ thức:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \frac{a}{c} = \frac{b}{d}; \frac{d}{b} = \frac{c}{a}; \frac{d}{c} = \frac{b}{a}.$$

Nhận xét: Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ($a, b, c, d \neq 0$) suy ra

$$a = \frac{bc}{d}; b = \frac{ad}{c}; c = \frac{ad}{b}; d = \frac{bc}{a}.$$

* Tính chất dãy tỉ số bằng nhau:

- Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$ (giả thiết các tỉ số đều có nghĩa)

- Từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ suy ra:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+b+e}{b+d+f} = \frac{a-c+e}{b-d+f} \text{ (giả thiết các tỉ số đều có nghĩa)}$$

Chú ý: Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$, ta còn nói các số a, c, e tỉ lệ với các số b, d, f .

Khi đó ta cũng viết $a : c : e = b : d : f$.

B. Bài tập

Bài 1: Cho tỉ lệ thức $\frac{x}{15} = \frac{-4}{5}$ thì:

- A. $x = \frac{-4}{3}$. B. $x = 4$. C. $x = -12$. D. $x = -10$.

Bài 2: Có bao nhiêu giá trị x thỏa mãn $\frac{16}{x} = \frac{x}{25}$

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Bài 3: Giá trị nào của x thỏa mãn $\frac{-3}{x-2} = \frac{7}{6-3x}$

- A. $x = 0$. B. $x = -1$.
C. $x = 2$. D. Không có giá trị nào của x thỏa mãn.

Bài 4: Tìm hai số x, y biết $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ và $x + y = -32$

- A. $x = -20; y = -12$. B. $x = -12; y = 20$.
C. $x = -12; y = -20$. D. $x = 12; y = -20$.

Bài 5: Cho $7x = 4y$ và $y - x = 24$. Tính x, y .

- A. $y = 4; x = 7$. B. $x = 32; y = 56$. C. $x = 56; y = 32$. D. $x = 4; y = 7$.

Bài 6: Tìm x trong tỉ lệ thức sau:

- a) $\frac{2x}{6} = \frac{5}{3}$ b) $\frac{x}{8} = \frac{5}{4}$ c) $\frac{x^2}{6} = \frac{24}{25}$.

Bài 7: Tìm x , biết:

- a) $x : 7,5 = 2,5 : 7,5$ b) $\frac{26}{x} = \frac{12}{42}$.

Bài 8: Tìm x , biết:

- a) $\frac{5}{x-2} = \frac{15}{6}$ b) $\frac{4}{9} : (x+0,4) = \frac{2}{3}$ c) $\frac{x+1}{8} = \frac{1}{x-1}$.

Bài 9: Tìm hai số x, y biết: $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ và $x + y = 16$.

Bài 10: Tìm hai số x, y , biết: $x : 2 = y : (-5)$ và $x - y = -7$.

Bài 11: Tìm ba số x, y, z biết: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $x + 2y - 3z = -12$.

Bài 12: Tìm x, y , biết: $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}$ và $xy = 112$.

Bài 13: Tìm các số a, b, c biết rằng $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ và $a^2 - b^2 + 2c^2 = 108$.

-----Hết-----

Hướng dẫn giải chi tiết

Bài 1: Cho tỉ lệ thức $\frac{x}{15} = \frac{-4}{5}$ thì:

A. $x = \frac{-4}{3}$.

B. $x = 4$.

C. $x = -12$.

D. $x = -10$.

Phương pháp

Áp dụng tính chất của tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$ (b, d khác 0) để từ đó tìm x.

Lời giải

$$\frac{x}{15} = \frac{-4}{5}$$

$$x \cdot 5 = 15 \cdot (-4)$$

$$5x = -60$$

$$x = -60 : 5$$

$$x = -12$$

$$\text{Vậy } x = -12.$$

Đáp án: C

Bài 2: Có bao nhiêu giá trị x thỏa mãn $\frac{16}{x} = \frac{x}{25}$

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Phương pháp

Áp dụng tính chất của tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$ (b, d khác 0) để từ đó tìm x.

Chú ý: Nếu $x^2 = a^2$ thì $x = a$ hoặc $x = -a$

Lời giải

$$\frac{16}{x} = \frac{x}{25}$$

$$x^2 = 16 \cdot 25$$

$$x^2 = 400$$

$$x = 20 \text{ hoặc } x = -20$$

Vậy $x = 20$ hoặc $x = -20$.

Đáp án: B

Bài 3: Giá trị nào của x thỏa mãn $\frac{-3}{x-2} = \frac{7}{6-3x}$

A. $x = 0$.

B. $x = -1$.

C. $x = 2$.

D. Không có giá trị nào của x thỏa mãn.

Phương pháp

Áp dụng tính chất của tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$ (b, d khác 0) để từ đó tìm x .

Lời giải

Ta có: $\frac{-3}{x-2} = \frac{7}{6-3x}$ (Điều kiện: $x-2 \neq 0; 6-3x \neq 0$ hay $x \neq 2$)

$$-3.(6-3x) = 7.(x-2)$$

$$-18+9x = 7x-14$$

$$9x-7x = -14+18$$

$$2x = 4$$

$x = 2$ (Loại vì không thỏa mãn điều kiện)

Vậy không tìm được x thỏa mãn điều kiện

Đáp án: D

Bài 4: Tìm hai số $x; y$ biết $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ và $x + y = -32$

A. $x = -20; y = -12$.

B. $x = -12; y = 20$.

C. $x = -12; y = -20$.

D. $x = 12; y = -20$.

Phương pháp

Sử dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau.

Lời giải

Áp dụng dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{3+5} = \frac{-32}{8} = -4$$

Do đó $\frac{x}{3} = -4$ suy ra $x = -12$

và $\frac{y}{5} = -4$ suy ra $y = -20$.

Vậy $x = -12; y = -20$.

Đáp án: C

Bài 5: Cho $7x = 4y$ và $y - x = 24$. Tính $x; y$.

A. $y = 4; x = 7$. B. $x = 32; y = 56$. C. $x = 56; y = 32$. D. $x = 4; y = 7$.

Phương pháp

Sử dụng tính chất của tỉ lệ thức và tính chất của dãy tỉ số bằng nhau.

Lời giải

Ta có $7x = 4y$ nên $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta được:

$$\frac{y}{7} = \frac{x}{4} = \frac{y-x}{7-4} = \frac{24}{3} = 8$$

Do đó $x = 8.4 = 32$ và $y = 8.7 = 56$

Vậy $x = 32; y = 56$.

Đáp án: B

Bài 6: Tìm x trong tỉ lệ thức sau:

a) $\frac{2x}{6} = \frac{5}{3}$ b) $\frac{x}{8} = \frac{5}{4}$ c) $\frac{x^2}{6} = \frac{24}{25}$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tỉ lệ thức: Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $a = \frac{b.c}{d}$.

Lời giải

a) $\frac{2x}{6} = \frac{5}{3}$

$$2x = \frac{6.5}{3}$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

Vậy $x = 5$.

$$b) \frac{x}{8} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{8.5}{4}$$

$$x = 10$$

Vậy $x = 10$.

$$c) \frac{x^2}{6} = \frac{24}{25}$$

$$x^2 = \frac{6.24}{25}$$

$$x^2 = \frac{144}{25}$$

$$\text{suy ra } x = \sqrt{\frac{144}{25}} = \frac{12}{5} \text{ hoặc } x = -\sqrt{\frac{144}{25}} = -\frac{12}{5}.$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{12}{5}; -\frac{12}{5} \right\}.$$

Bài 7: Tìm x , biết:

$$a) x : 7,5 = 2,5 : 7,5$$

$$b) \frac{26}{x} = \frac{12}{42}.$$

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tỉ lệ thức: Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $a = \frac{b.c}{d}$; $b = \frac{ad}{c}$.

Lời giải

$$a) x : 7,5 = 2,5 : 7,5$$

$$\frac{x}{7,5} = \frac{2,5}{7,5}$$

$$\text{suy ra } x = 2,5$$

Vậy $x = 2,5$.

$$b) \frac{26}{x} = \frac{12}{42}$$

$$\frac{26}{x} = \frac{2}{7}$$

$$x = \frac{26 \cdot 7}{2}$$

$$x = 91$$

Vậy $x = 91$.

Bài 8: Tìm x , biết:

$$a) \frac{5}{x-2} = \frac{15}{6} \quad b) \frac{4}{9} : (x+0,4) = \frac{2}{3} \quad c) \frac{x+1}{8} = \frac{1}{x-1}.$$

Phương pháp

- Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$.

- Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ($a, b, c, d \neq 0$) suy ra

$$a = \frac{bc}{d}; b = \frac{ad}{c}; c = \frac{ad}{b}; d = \frac{bc}{a}.$$

Lời giải

$$a) \frac{5}{x-2} = \frac{15}{6}$$

$$x-2 = \frac{5 \cdot 6}{15}$$

$$x-2 = 2$$

$$x = 4$$

Vậy $x = 4$.

$$b) \frac{4}{9} : (x+0,4) = \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{9(x+0,4)} = \frac{2}{3}$$

$$9(x+0,4) = \frac{4,3}{2}$$

$$9\left(x + \frac{2}{5}\right) = 6$$

$$x + \frac{2}{5} = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{2}{3} - \frac{2}{5}$$

$$x = \frac{4}{15}$$

Vậy $x = \frac{4}{15}$.

c) $\frac{x+1}{8} = \frac{1}{x-1}$

$$(x+1)(x-1) = 8$$

$$x^2 - x + x - 1 = 8$$

$$x^2 = 9$$

Suy ra $x = 3$ hoặc $x = -3$.

Vậy $x \in \{3; -3\}$.

Bài 9: Tìm hai số x, y biết: $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ và $x + y = 16$.

Phương pháp

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{x+y}{a+b}$.

Lời giải

Ta có: $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ và $x + y = 16$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{3+5} = \frac{16}{8} = 2.$$

$$\frac{x}{3} = 2 \text{ suy ra } x = 2.3 = 6.$$

$$\frac{y}{5} = 2 \text{ suy ra } y = 2.5 = 10.$$

$$\text{Vậy } x = 6; y = 10.$$

Bài 10: Tìm hai số x, y , biết: $x : 2 = y : (-5)$ và $x - y = -7$.

Phương pháp

$$\text{Từ } x : a = y : b \text{ suy ra } \frac{x}{a} = \frac{y}{b}.$$

$$\text{Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau: } \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{x-y}{a-b}.$$

Lời giải

$$\text{Từ } x : 2 = y : (-5) \text{ suy ra } \frac{x}{2} = \frac{y}{-5}.$$

$$\text{Ta có: } \frac{x}{2} = \frac{y}{-5} \text{ và } x - y = -7.$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{-5} = \frac{x-y}{2-(-5)} = \frac{-7}{7} = -1.$$

$$\frac{x}{2} = -1 \text{ suy ra } x = (-1).2 = -2.$$

$$\frac{y}{-5} = -1 \text{ suy ra } y = (-1).(-5) = 5.$$

$$\text{Vậy } x = 6; y = 10.$$

Bài 11: Tìm ba số x, y, z biết: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $x + 2y - 3z = -12$.

Phương pháp

$$\text{Từ } \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \text{ suy ra } \frac{x}{2} = \frac{2y}{2.3} = \frac{3z}{3.4}.$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm x, y, z .

Lời giải

Ta có: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ suy ra $\frac{x}{2} = \frac{2y}{2.3} = \frac{3z}{3.4}$ hay $\frac{x}{2} = \frac{2y}{6} = \frac{3z}{12}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{2} = \frac{2y}{6} = \frac{3z}{12} = \frac{x+2y-3z}{2+6-12} = \frac{-12}{-4} = 3.$$

$$\frac{x}{2} = 3 \text{ suy ra } x = 3.2 = 6.$$

$$\frac{y}{3} = 3 \text{ suy ra } y = 3.3 = 9.$$

$$\frac{z}{4} = 3 \text{ suy ra } z = 3.4 = 12.$$

Vậy $x = 6; y = 9; z = 12$.

Bài 12: Tìm x, y , biết: $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}$ và $xy = 112$.

Phương pháp

Đặt $\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = k$ nên $x = 4k, y = 7k$.

Thay $xy = 112$ theo k để tìm k .

Từ đó tìm x, y .

Lời giải

Đặt $\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = k$, suy ra $x = 4k, y = 7k$.

Vì $xy = 112$ nên $4k.7k = 112$

Do đó

$$28k^2 = 112$$

$$k^2 = 4$$

Suy ra $k = 2$ hoặc $k = -2$.

+ Với $k = 2$, ta có: $x = 2.4 = 8; y = 2.7 = 14$.

+ Với $k = -2$, ta có: $x = (-2).4 = -8; y = (-2).7 = -14$.

Vậy $x=8; y=14$ hoặc $x=-8; y=-14$.

Bài 13: Tìm các số a, b, c biết rằng $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ và $a^2 - b^2 + 2c^2 = 108$.

Phương pháp

Từ $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ suy ra $\frac{a^2}{2^2} = \frac{b^2}{3^2} = \frac{c^2}{4^2} = \frac{2c^2}{2 \cdot 4^2}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm a, b, c .

Lời giải

Từ $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ suy ra $\frac{a^2}{2^2} = \frac{b^2}{3^2} = \frac{c^2}{4^2} = \frac{2c^2}{2 \cdot 4^2}$ hay $\frac{a^2}{4} = \frac{b^2}{9} = \frac{2c^2}{32}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{a^2}{4} = \frac{b^2}{9} = \frac{2c^2}{32} = \frac{a^2 - b^2 + 2c^2}{4 - 9 + 32} = \frac{108}{27} = 4$$

$$\frac{a^2}{4} = 4 \text{ suy ra } a^2 = 4 \cdot 4 = 16 \text{ nên } a = 4 \text{ hoặc } a = -4.$$

$$\frac{b^2}{9} = 4 \text{ suy ra } b^2 = 4 \cdot 9 = 36 \text{ nên } b = 6 \text{ hoặc } b = -6.$$

$$\frac{c^2}{16} = 4 \text{ suy ra } c^2 = 4 \cdot 16 = 64 \text{ nên } c = 8 \text{ hoặc } c = -8.$$

Vì $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ nên a, b, c cùng dấu.

Do đó $a = 4, b = 6, c = 8$ hoặc $a = -4, b = -6, c = -8$.