

CHUYÊN ĐỀ 4:

CÁC ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ

ÔN HÈ MÔN: TOÁN - LỚP 7



BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Dạng 4. Toán thực tế

A. Lý thuyết

* Đại lượng tỉ lệ thuận

Để giải bài toán dạng này ta thực hiện theo các bước sau:

- Bước 1: Xác định rõ các đại lượng và đặt ẩn phụ cho các đại lượng nếu cần.
- Bước 2: Xác định quan hệ tỉ lệ thuận giữa hai đại lượng tỉ lệ thuận.
- Bước 3: Áp dụng công thức liên hệ và tính chất của hai đại lượng tỉ lệ thuận, tính chất dãy tỉ số bằng nhau để giải quyết bài toán.

+ Công thức liên hệ: $y = ax$.

+ Tính chất của hai đại lượng tỉ lệ thuận: $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$.

+ Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+b+c}{b+d+f}$.

* Đại lượng tỉ lệ nghịch

Bài toán về hai đại lượng tỉ lệ nghịch

Để giải bài toán dạng này ta thực hiện theo các bước sau:

- Bước 1: Xác định rõ các đại lượng và đặt ẩn phụ cho các đại lượng nếu cần.
- Bước 2: Xác định quan hệ tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng tỉ lệ nghịch.
- Bước 3: Áp dụng công thức liên hệ và tính chất của hai đại lượng tỉ lệ nghịch, tính chất dãy tỉ số bằng nhau để giải quyết bài toán.

+ Công thức liên hệ: $x_1 y_1 = x_2 y_2 = \dots = a$

+ Tính chất của hai đại lượng tỉ lệ nghịch: $\frac{y_1}{x_1} = \frac{x_2}{y_2}$.

+ Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+b+c}{b+d+f}$.

B. Bài tập

Bài 1: Biết cứ xay 100kg thóc thì được 60kg gạo. Hỏi muốn có 3 tạ gạo thì phải xay bao nhiêu tạ thóc?

- A. 180 kg. B. 5 tạ. C. 2 tạ. D. 600 kg.

Bài 2: Dùng 10 máy thì tiêu thụ hết 80 lít xăng. Hỏi dùng 13 máy (cùng loại) thì tiêu thụ hết bao nhiêu lít xăng?

- A. 104 lít. B. 140 lít. C. 100 lít. D. 96 lít.

Bài 3: Ba lớp 7A1, 7A2, 7A3 có tất cả 180 học sinh. Số học sinh lớp 7A1 bằng $\frac{9}{10}$ số học sinh lớp 7A2, số học sinh lớp 7A2 bằng $\frac{10}{11}$ số học sinh lớp 7A3. Tính số học sinh của lớp 7A1.

- A. 48 học sinh. B. 54 học sinh. C. 60 học sinh. D. 66 học sinh.

Bài 4: Để làm một công việc trong 12 giờ cần 45 công nhân. Nếu số công nhân tăng thêm 15 người (với năng suất như sau) thì thời gian để hoàn thành công việc giảm đi mấy giờ?

- A. 3. B. 6. C. 9. D. 4.

Bài 5: Ba đội máy cày, cày trên ba cánh đồng có diện tích như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 7 ngày và đội thứ 3 trong 9 ngày. Hỏi đội thứ nhất có bao nhiêu máy cày, biết rằng đội thứ nhất có nhiều hơn đội thứ hai là 3 máy và công suất của các máy như nhau?

- A. 7 máy. B. 11 máy. C. 6 máy. D. 9 máy.

Bài 6: Ba vòi nước cùng chảy vào một hồ có dung tích $15,8m^3$ từ lúc hồ không có nước cho tới khi đầy hồ. Biết rằng thời gian để chảy được $1m^3$ nước của vòi thứ nhất là 3 phút, vòi thứ hai là 5 phút và vòi thứ ba là 8 phút. Hỏi vòi chảy nhanh nhất chảy được bao nhiêu nước vào hồ?

Bài 7: Một chiếc xe máy đi từ A về B và một chiếc ô tô đi từ B về A cùng khởi hành lúc 8 giờ. Biết quãng đường AB dài 120 km, vận tốc xe máy bằng $\frac{2}{3}$ vận tốc ô tô. Tính quãng đường xe máy đi được cho đến lúc gặp nhau.

Bài 8: Ba đơn vị cùng vận chuyển 772 tấn hàng. Đơn vị A có 12 xe, trọng tải mỗi xe là 5 tấn. Đơn vị B có 14 xe, trọng tải mỗi xe là 4,5 tấn. Đơn vị C có 20 xe, trọng tải mỗi xe là 3,5 tấn. Hỏi đơn vị B đã vận chuyển bao nhiêu tấn hàng, biết rằng mỗi xe được huy động một số chuyến như nhau?

Bài 9: Bốn lớp $7A_1; 7A_2; 7A_3; 7A_4$ trồng được 172 cây xung quanh trường. Tính số cây của lớp $7A_4$ đã trồng được biết số cây của lớp $7A_1$ và $7A_2$ tỉ lệ với 3 và 4, số cây của lớp $7A_2$ và $7A_3$ tỉ lệ với 5 và 6, số cây của lớp $7A_3$ và $7A_4$ tỉ lệ với 8 và 9.

Bài 10: Hai xe ô tô cùng đi từ A đến B. Biết vận tốc của ô tô thứ nhất bằng 60% vận tốc của ô tô thứ hai và thời gian xe thứ nhất đi từ A đến B nhiều hơn thời gian ô tô thứ hai đi từ A đến B là 4 giờ. Tính thời gian xe thứ hai đi từ A đến B.

-----Hết-----

Hướng dẫn giải chi tiết

Bài 1: Biết cứ xay 100kg thóc thì được 60kg gạo. Hỏi muốn có 3 tạ gạo thì phải xay bao nhiêu tạ thóc?

- A. 180 kg. B. 5 tạ. C. 2 tạ. D. 600 kg.

Phương pháp

Tỉ lệ thóc : gạo xay được là không đổi

Lời giải

Gọi khối lượng thóc cần để xay được 3 tạ = 300 kg gạo là x (kg) ($x > 0$)

Vì tỉ lệ thóc : gạo xay được là không đổi nên ta có:

$$\frac{100}{60} = \frac{x}{300}$$

$$60x = 100.300$$

$$x = 500$$

Vậy cần 500 kg = 5 tạ thóc để xay được 3 tạ gạo

Đáp án: B

Bài 2: Dùng 10 máy thì tiêu thụ hết 80 lít xăng. Hỏi dùng 13 máy (cùng loại) thì tiêu thụ hết bao nhiêu lít xăng?

- A. 104 lít. B. 140 lít. C. 100 lít. D. 96 lít.

Phương pháp

Gọi số xăng tiêu thụ của 13 máy là x ($x > 0$).

+ Xác định rằng số máy và số xăng tiêu thụ là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

+ Áp dụng tính chất tỉ lệ thuận.

Lời giải

Gọi số xăng tiêu thụ của 13 máy là x ($x > 0$).

Vì số máy và số xăng tiêu thụ là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên ta có

$$\frac{80}{10} = \frac{x}{13} \text{ suy ra } x = \frac{80.13}{10} = 104 \text{ lít.}$$

Vậy số xăng tiêu thụ của 13 máy là 104 lít xăng.

Đáp án: A

Bài 3: Ba lớp 7A1, 7A2, 7A3 có tất cả 180 học sinh. Số học sinh lớp 7A1 bằng $\frac{9}{10}$ số học sinh lớp 7A2, số học sinh lớp 7A2 bằng $\frac{10}{11}$ số học sinh lớp 7A3. Tính số học sinh của lớp 7A1.

- A. 48 học sinh. B. 54 học sinh. C. 60 học sinh. D. 66 học sinh.

Phương pháp

- + Gọi số học sinh lớp 7A1, 7A2, 7A3 lần lượt là $x; y; z$ ($x; y; z > 0$)
- + Sử dụng dữ kiện đề bài suy ra mối quan hệ của $x; y; z$ từ đó lập được tỉ lệ thức
- + Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau để giải bài toán

Lời giải

Gọi số học sinh lớp 7A1, 7A2, 7A3 lần lượt là $x; y; z$ ($x; y; z > 0$)

Theo bài ra ta có $x + y + z = 180$; $x = \frac{9}{10}y$; $y = \frac{10}{11}z$

Suy ra $10x = 9y$ nên $\frac{x}{9} = \frac{y}{10}$;

$11y = 10z$ nên $\frac{y}{10} = \frac{z}{11}$

Do đó $\frac{x}{9} = \frac{y}{10} = \frac{z}{11}$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{x}{9} = \frac{y}{10} = \frac{z}{11} = \frac{x+y+z}{9+10+11} = \frac{180}{30} = 6$$

Do đó: $x = 9.6 = 54$; $y = 10.6 = 60$; $z = 11.6 = 66$

Số học sinh lớp 7A1 là 54 học sinh.

Đáp án: B

Bài 4: Để làm một công việc trong 12 giờ cần 45 công nhân. Nếu số công nhân tăng thêm 15 người (với năng suất như sau) thì thời gian để hoàn thành công việc giảm đi mấy giờ?

- A. 3. B. 6. C. 9. D. 4.

Phương pháp

+ Xác định rõ các đại lượng có trên đề bài.

+ Xác định tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng: ở đây thời gian và số công nhân là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

+ Áp dụng tính chất về tỉ số các giá trị của hai đại lượng tỉ lệ nghịch và tính chất tỉ lệ thức, tính chất dãy tỉ số bằng nhau để giải bài toán.

Lời giải

Gọi thời gian để hoàn thành công việc sau khi tăng thêm 15 công nhân là $x (0 < x < 12)$ (giờ)

Từ bài ra ta có số công nhân và thời gian hoàn thành công việc là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Nếu tăng thêm 15 công nhân thì số công nhân sau khi tăng là $45 + 15 = 60$ công nhân.

Theo bài ra ta có:

$$45.12 = 60.x \text{ suy ra } 60x = 540 \text{ nên } x = 9 \text{ giờ.}$$

Do đó thời gian hoàn thành công việc giảm đi $12 - 9 = 3$ giờ.

Đáp án: A

Bài 5: Ba đội máy cày, cày trên ba cánh đồng có diện tích như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 7 ngày và đội thứ 3 trong 9 ngày. Hỏi đội thứ nhất có bao nhiêu máy cày, biết rằng đội thứ nhất có nhiều hơn đội thứ hai là 3 máy và công suất của các máy như nhau?

A. 7 máy.

B. 11 máy.

C. 6 máy.

D. 9 máy.

Phương pháp

+ Xác định rõ các đại lượng có trên đề bài.

+ Xác định tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng: ở đây thời gian và số máy cày là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

+ Áp dụng tính chất về tỉ số các giá trị của hai đại lượng tỉ lệ nghịch và tính chất tỉ lệ thức, tính chất dãy tỉ số bằng nhau để giải bài toán.

Lời giải

Gọi số máy cày của ba đội lần lượt là $x; y; z (x; y; z > 0)$.

Vì diện tích ba cánh đồng là như nhau nên thời gian và số máy cày là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Theo bài ra ta có: $x.4 = y.7 = z.9$ và $x - y = 3$

Suy ra $\frac{x}{7} = \frac{y}{4}$. Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x}{7} = \frac{y}{4} = \frac{x-y}{7-4} = \frac{3}{3} = 1$

Do đó $x = 7; y = 4$.

Vậy đội thứ nhất có 7 máy.

Đáp án: A

Bài 6: Ba vòi nước cùng chảy vào một hồ có dung tích $15,8m^3$ từ lúc hồ không có nước cho tới khi đầy hồ.

Biết rằng thời gian để chảy được $1m^3$ nước của vòi thứ nhất là 3 phút, vòi thứ hai là 5 phút và vòi thứ ba là 8 phút. Hỏi vòi chảy nhanh nhất chảy được bao nhiêu nước vào hồ?

Phương pháp

Lập luận để đưa bài toán về dạng có thể sử dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau.

Sau đó dùng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a-c+e}{b-d+f}$$

Lời giải

Gọi lượng nước các vòi thứ nhất, thứ hai, thứ ba đã chảy vào hồ theo thứ tự là $x, y, z (x, y, z > 0; \text{đơn vị: } m^3)$, thì thời gian mà các vòi đã chảy tương ứng là $3x, 5y, 8z$ (phút)

Theo bài ra ta có: $x + y + z = 15,8$ và $3x = 5y = 8z$.

$$\text{Vì } 3x = 5y = 8z \text{ nên } \frac{3x}{120} = \frac{5y}{120} = \frac{8z}{120}$$

$$\text{suy ra } \frac{x}{40} = \frac{y}{24} = \frac{z}{15}$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{40} = \frac{y}{24} = \frac{z}{15} = \frac{x+y+z}{40+24+15} = \frac{15,8}{79} = 0,2$$

$$\text{Do đó } \frac{x}{40} = 0,2 \text{ nên } x = 40.0,2 = 8(m^3)$$

$$\frac{y}{24} = 0,2 \text{ nên } y = 24.0,2 = 4,8(m^3)$$

$$\frac{z}{15} = 0,2 \text{ nên } z = 15.0,2 = 3(m^3)$$

Vậy lượng nước các vòi thứ nhất, thứ hai, thứ ba đã chảy vào hồ theo thứ tự lần lượt là $8m^3; 4,8m^3; 3m^3$ nên vòi chảy nhanh nhất là vòi 1 chảy được $8 m^3$.

Bài 7: Một chiếc xe máy đi từ A về B và một chiếc ô tô đi từ B về A cùng khởi hành lúc 8 giờ. Biết quãng đường AB dài 120 km, vận tốc xe máy bằng $\frac{2}{3}$ vận tốc ô tô. Tính quãng đường xe máy đi được cho đến lúc gặp nhau.

Phương pháp

+ Với thời gian bằng nhau, vận tốc và quãng đường đi được là 2 đại lượng tỉ lệ thuận. Áp dụng tính chất 2 đại lượng tỉ lệ thuận

+ Hai xe đi ngược chiều trên quãng đường AB, khi gặp nhau thì tổng quãng đường 2 xe đi được là AB.

+ Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau.

Lời giải

Gọi quãng đường xe máy và ô tô đi được cho đến lúc gặp nhau lần lượt là x và y (km) ($0 < x, y < 120$)

Vì 2 xe đi ngược chiều nên khi gặp nhau thì tổng quãng đường 2 xe đi được bằng quãng đường AB nên $x + y = 120$

Vì 2 xe cùng khởi hành một lúc nên thời gian 2 xe đi cho đến lúc gặp nhau là như nhau. Do đó vận tốc và quãng đường đi được là 2 đại lượng tỉ lệ thuận.

Do vận tốc xe máy bằng $\frac{2}{3}$ vận tốc ô tô nên quãng đường xe máy đi được bằng $\frac{2}{3}$ quãng đường ô tô đi được.

$$\text{Do đó: } x = \frac{2}{3} \cdot y \text{ hay } \frac{x}{2} = \frac{y}{3}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta được:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{x+y}{2+3} = \frac{120}{5} = 24$$

$$\text{Suy ra } x = 24 \cdot 2 = 48; y = 24 \cdot 3 = 72$$

Vậy quãng đường xe máy đi được cho đến lúc gặp nhau là 48 km.

Bài 8: Ba đơn vị cùng vận chuyển 772 tấn hàng. Đơn vị A có 12 xe, trọng tải mỗi xe là 5 tấn. Đơn vị B có 14 xe, trọng tải mỗi xe là 4,5 tấn. Đơn vị C có 20 xe, trọng tải mỗi xe là 3,5 tấn. Hỏi đơn vị B đã vận chuyển bao nhiêu tấn hàng, biết rằng mỗi xe được huy động một số chuyến như nhau?

Phương pháp

- + Gọi $x; y; z (x; y; z > 0)$ lần lượt là số tấn hàng các đơn vị A, B, C vận chuyển được.
- + Áp dụng tính chất về tỉ số các giá trị của hai đại lượng tỉ lệ thuận.
- + Sử dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau.

Lời giải

Mỗi lượt huy động xe, các đơn vị vận chuyển một khối lượng hàng tương ứng là:

- + Đơn vị A: $12.5 = 60$ tấn.
- + Đơn vị B: $14.4,5 = 63$ tấn.
- + Đơn vị C: $20.3,5 = 70$ tấn.

Vì số lượt huy động xe là như nhau nên khối lượng hàng vận chuyển được của ba đơn vị tỉ lệ thuận với khối lượng hàng của các đơn vị vận chuyển được trong mỗi lượt huy động.

Gọi $x; y; z (x; y; z > 0)$ lần lượt là số tấn hàng các đơn vị A, B, C vận chuyển được ta có:

$$\frac{x}{60} = \frac{y}{63} = \frac{z}{70} \text{ và } x + y + z = 772.$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{60} = \frac{y}{63} = \frac{z}{70} = \frac{x+y+z}{60+63+70} = \frac{772}{193} = 4$$

Do đó $y = 63.4 = 252$ tấn.

Vậy đơn vị B đã vận chuyển 252 tấn hàng.

Bài 9: Bốn lớp $7A_1; 7A_2; 7A_3; 7A_4$ trồng được 172 cây xung quanh trường. Tính số cây của lớp $7A_4$ đã trồng được biết số cây của lớp $7A_1$ và $7A_2$ tỉ lệ với 3 và 4, số cây của lớp $7A_2$ và $7A_3$ tỉ lệ với 5 và 6, số cây của lớp $7A_3$ và $7A_4$ tỉ lệ với 8 và 9.

Phương pháp

- + Gọi $x; y; z; t$ lần lượt là số cây trồng được của lớp $7A_1; 7A_2; 7A_3; 7A_4$ ($x; y; z; t \in \mathbb{N}^*$).
- + Áp dụng tính chất về tỉ số các giá trị của hai đại lượng tỉ lệ thuận.
- + Sử dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau.

Lời giải

Gọi $x; y; z; t$ lần lượt là số cây trồng được của lớp $7A_1; 7A_2; 7A_3; 7A_4$ ($x; y; z; t \in \mathbb{N}^*$).

Ta có $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}; \frac{y}{z} = \frac{5}{6}; \frac{z}{t} = \frac{8}{9}$ và $x + y + z + t = 172$.

$$\text{Vì } \frac{x}{y} = \frac{3}{4} \text{ nên } \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \text{ hay } \frac{x}{15} = \frac{y}{20} \quad (1)$$

$$\text{Vì } \frac{y}{z} = \frac{5}{6} \text{ nên } \frac{y}{5} = \frac{z}{6} \text{ hay } \frac{z}{24} = \frac{y}{20} \quad (2)$$

$$\text{Vì } \frac{z}{t} = \frac{8}{9} \text{ nên } \frac{z}{8} = \frac{t}{9} \text{ hay } \frac{z}{24} = \frac{t}{27} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1); (2); (3) ta có } \frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{24} = \frac{t}{27}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{24} = \frac{t}{27} = \frac{x+y+z+t}{15+20+24+27} = \frac{172}{86} = 2$$

$$\text{Ta được } \frac{t}{27} = 2 \text{ nên } t = 27 \cdot 2 = 54(TM)$$

Số cây lớp 7A₄ trồng được là 54 cây.

Bài 10: Hai xe ô tô cùng đi từ A đến B. Biết vận tốc của ô tô thứ nhất bằng 60% vận tốc của ô tô thứ hai và thời gian xe thứ nhất đi từ A đến B nhiều hơn thời gian ô tô thứ hai đi từ A đến B là 4 giờ. Tính thời gian xe thứ hai đi từ A đến B.

Phương pháp

+ Xác định rõ các đại lượng có trên đề bài.

+ Xác định tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng: ở đây thời gian và vận tốc là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

+ Áp dụng tính chất về tỉ số các giá trị của hai đại lượng tỉ lệ nghịch và tính chất tỉ lệ thức để giải bài toán.

Lời giải

Gọi $v_1; v_2$ lần lượt là vận tốc của xe thứ nhất và xe thứ hai (km/giờ) ($v_1; v_2 > 0$)

Gọi $t_1; t_2$ lần lượt là thời gian của xe thứ nhất và xe thứ hai (giờ) ($t_1; t_2 > 0$)

$$\text{Từ đề bài ta có } v_1 = \frac{60}{100} v_2 \text{ hay } v_1 = \frac{3}{5} v_2 \text{ và } t_1 = t_2 + 4$$

Vì vận tốc và thời gian là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có:

$$v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2 \text{ nên } \frac{3}{5} v_2 (t_2 + 4) = v_2 \cdot t_2$$

$$\text{suy ra } \frac{3}{5} v_2 \cdot t_2 + \frac{12}{5} v_2 = v_2 \cdot t_2$$

$$\text{Do đó } 12v_2 = 2v_2 t_2 \text{ mà } v_2 > 0 \text{ nên } t_2 = \frac{12v_2}{2v_2} = 6 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy thời gian người thứ hai đi từ A đến B là 6 giờ.