

CHUYÊN ĐỀ 5:

ĐA THỨC MỘT BIẾN

ÔN HÈ MÔN: TOÁN - LỚP 7



BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Dạng 3. Tìm nghiệm của đa thức

A. Lý thuyết

* Nghiệm của đa thức một biến

Nếu tại $x = a$, đa thức $P(x)$ có giá trị bằng 0 thì a (hoặc $x = a$) gọi là một nghiệm của đa thức đó.

$$x = a \text{ là nghiệm của đa thức } P(x) \text{ nếu } P(a) = 0.$$

Chú ý: Một đa thức (khác đa thức không) có thể có một nghiệm, hai nghiệm,... hoặc không có nghiệm. Số nghiệm của một đa thức không vượt quá bậc của đa thức đó.

* Xác định một số có phải là nghiệm của đa thức hay không

Thay giá trị cho trước của biến $x = a$ vào đa thức $P(x)$:

+ Nếu $P(a) = 0$ thì đa thức $P(x)$ có nghiệm $x = a$.

+ Nếu $P(a) \neq 0$ thì đa thức $P(x)$ không có nghiệm $x = a$.

* Chứng tỏ đa thức có nghiệm, không có nghiệm

Để chứng tỏ một đa thức không có nghiệm, ta đi chứng tỏ đa thức đó luôn dương hoặc luôn âm với mọi giá trị của biến.

B. Bài tập

Bài 1: Cho đa thức sau: $f(x) = 3x^2 + 15x + 12$. Trong các số sau, số nào là nghiệm của đa thức đã cho:

- A. -9. B. 1. C. -1. D. -2.

Bài 2: Tìm nghiệm của đa thức $-x^2 + 3x$.

- A. $x = 3$. B. $x = 0$. C. $x = 0$; $x = 3$. D. $x = -3$; $x = 0$.

Bài 3: Cho $P(x) = -3x^2 + 27$. Hỏi đa thức $P(x)$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1 nghiệm. B. 2 nghiệm. C. 3 nghiệm. D. Vô nghiệm.

Bài 4: Cho $Q(x) = ax^2 - 3x + 9$. Tìm a biết $Q(x)$ nhận -3 là nghiệm.

- A. $a = -1$. B. $a = -4$. C. $a = -2$. D. $a = 3$.

Bài 5: Kiểm tra xem $x = 1$ có phải là nghiệm của đa thức $P(x) = x^2 - 3x + 2$ hay không?

Bài 6: Tìm m để $x = 2$ là nghiệm của đa thức $x^2 - 2mx + 1$.

Bài 7: Tìm nghiệm của đa thức:

a) $A(x) = 2(x-1) - 3(x-2)$

b) $B(x) = 5x + 17 - (2x + 5)$

c) $C(x) = (6-3x)(-2x+5)$

d) $D(x) = x^2 - 9$

Bài 8: Chứng tỏ đa thức $Q(x) = x^4 + 2$ không có nghiệm.

Bài 9: Cho hai đa thức: $P(x) = 2x^5 - 5x + 1$ và $Q(x) = 2x^5 + x - 5$. Tìm x để $P(x) = Q(x)$.

Bài 10: Chứng tỏ rằng nếu $a - b + c = 0$ thì $x = -1$ là một nghiệm của đa thức $ax^2 + bx + c$.

Bài 11: Biết $(x-1)f(x) = (x+4)f(x+8)$. Vậy $f(x)$ có ít nhất bao nhiêu nghiệm.

-----Hết-----

Hướng dẫn giải chi tiết

Bài 1: Cho đa thức sau: $f(x) = 3x^2 + 15x + 12$. Trong các số sau, số nào là nghiệm của đa thức đã cho:

- A. -9. B. 1. C. -1. D. -2.

Phương pháp

Thay lần lượt các giá trị $x = -9$; $x = 1$; $x = -1$ và $x = -4$ vào $f(x)$. Tại giá trị x nào mà làm $f(x) = 0$ thì giá trị x đó là nghiệm của đa thức $f(x)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } f(-9) = 3 \cdot (-9)^2 + 15 \cdot (-9) + 12 = 3 \cdot 81 + (-135) + 12 = 120$$

$$f(1) = 3 \cdot 1^2 + 15 \cdot 1 + 12 = 30$$

$$f(-1) = 3 \cdot (-1)^2 + 15 \cdot (-1) + 12 = 0$$

$$f(-2) = 3 \cdot (-2)^2 + 15 \cdot (-2) + 12 = -6$$

Vì $f(-1) = 0$ nên $x = -1$ là nghiệm của đa thức $f(x)$.

Đáp án: C

Bài 2: Tìm nghiệm của đa thức $-x^2 + 3x$.

- A. $x = 3$. B. $x = 0$. C. $x = 0$; $x = 3$. D. $x = -3$; $x = 0$.

Phương pháp

Các đa thức có hệ số tự do là 0 thì có một nghiệm là $x = 0$.

+ Đưa đa thức đã cho về dạng $x \cdot A$

+ $x \cdot A = 0$ khi $x = 0$ hoặc $A = 0$

Lời giải

Ta có:

$$-x^2 + 3x = 0$$

$$x \cdot (-x + 3) = 0$$

$$-x + 3 = 0 \text{ hoặc } x = 0$$

$$x = 3 \text{ hoặc } x = 0$$

Vậy $x = 0$; $x = 3$

Đáp án: C

Bài 3: Cho $P(x) = -3x^2 + 27$. Hỏi đa thức $P(x)$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1 nghiệm. B. 2 nghiệm. C. 3 nghiệm. D. Vô nghiệm.

Phương pháp

Muốn biết đa thức $P(x)$ có bao nhiêu nghiệm, ta giải $P(x) = 0$ để tìm x .

Lời giải

$$P(x) = 0$$

$$-3x^2 + 27 = 0$$

$$-3x^2 = -27$$

$$x^2 = 9$$

suy ra $x = 3$ hoặc $x = -3$

Vậy đa thức $P(x)$ có 2 nghiệm.

Đáp án: B

Bài 4: Cho $Q(x) = ax^2 - 3x + 9$. Tìm a biết $Q(x)$ nhận -3 là nghiệm.

A. $a = -1$.

B. $a = -4$.

C. $a = -2$.

D. $a = 3$.

Phương pháp

$Q(x)$ nhận -3 là nghiệm nên $Q(-3) = 0$, từ đó ta tìm được a .

Lời giải

$Q(x)$ nhận -3 là nghiệm nên $Q(-3) = 0$ nên:

$$a(-3)^2 - 3(-3) + 9 = 0$$

$$9a + 9 + 9 = 0$$

$$9a = -18$$

$$a = -2$$

Vậy $Q(x)$ nhận -3 là nghiệm thì $a = -2$.

Đáp án: C

Bài 5: Kiểm tra xem $x = 1$ có phải là nghiệm của đa thức $P(x) = x^2 - 3x + 2$ hay không?

Phương pháp

Tính $P(1)$. Nếu $P(1) = 0$ thì $x = 1$ là nghiệm của $P(x)$.

Lời giải

Ta có: $P(1) = 1^2 - 3 \cdot 1 + 2 = 0$ nên $x = 1$ là nghiệm của đa thức đã cho.

Bài 6: Tìm m để $x = 2$ là nghiệm của đa thức $x^2 - 2mx + 1$.

Phương pháp

Thay $x = 2$ vào $x^2 - 2mx + 1$.

Đa thức nhận giá trị bằng 0 khi $x = 2$ suy ra giá trị của m .

Lời giải

Thay $x = 2$ vào đa thức, ta có: $2^2 - 2m \cdot 2 + 1 = -4m + 5$.

Vì $x = 2$ là nghiệm của đa thức nên $-4m + 5 = 0$, suy ra $m = \frac{5}{4}$.

Vậy $m = \frac{5}{4}$.

Bài 7: Tìm nghiệm của đa thức:

a) $A(x) = 2(x-1) - 3(x-2)$

b) $B(x) = 5x + 17 - (2x + 5)$

c) $C(x) = (6-3x)(-2x+5)$

d) $D(x) = x^2 - 9$

Phương pháp

a, b) Tìm x sao cho đa thức có giá trị bằng 0.

c) $AB=0$ thì $A=0$ hoặc $B=0$.

d) $x^2 = (\pm a)^2$ thì $x = a$ hoặc $x = -a$.

Lời giải

a) $A(x) = 0$

$$2(x-1) - 3(x-2) = 0$$

$$2x - 2 - 3x + 6 = 0$$

$$-x + 4 = 0$$

$$x = -4$$

Vậy $x = -4$ là nghiệm của đa thức.

b) $B(x) = 0$

$$5x + 17 - (2x + 5) = 0$$

$$5x + 17 - 2x - 5 = 0$$

$$3x + 12 = 0$$

$$3x = -12$$

$$x = -4$$

Vậy $x = -4$ là nghiệm của đa thức.

c) $C(x) = 0$

$$(6 - 3x)(-2x + 5) = 0$$

suy ra $6 - 3x = 0$ hoặc $-2x + 5 = 0$

TH1: $6 - 3x = 0$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

TH2: $-2x + 5 = 0$

$$-2x = -5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

Vậy $x = 2; x = \frac{5}{2}$.

d) $D(x) = 0$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

suy ra $x = 3$ hoặc $x = -3$.

Vậy $x = 3; x = -3$.

Bài 8: Chứng tỏ đa thức $Q(x) = x^4 + 2$ không có nghiệm.

Phương pháp

Dựa vào kiến thức về lũy thừa mũ chẵn luôn lớn hơn hoặc bằng 0.

Lời giải

Ta có: $x^4 \geq 0$ với mọi x nên $x^4 + 2 \geq 0 + 2 > 0$ nên $x^4 + 2 > 0$ với mọi x .

Do đó $Q(x)$ không có nghiệm.

Bài 9: Cho hai đa thức: $P(x) = 2x^5 - 5x + 1$ và $Q(x) = 2x^5 + x - 5$. Tìm x để $P(x) = Q(x)$.

Phương pháp

Tính $P(x) = Q(x)$ để tính nghiệm x .

Lời giải

Ta có:

$$P(x) = Q(x)$$

$$2x^5 - 5x + 1 = 2x^5 + x - 5$$

$$2x^5 - 5x + 1 - 2x^5 - x + 5 = 0$$

$$-6x + 6 = 0$$

$$-6x = -6$$

$$x = 1$$

Vậy $x = 1$.

Bài 10: Chứng tỏ rằng nếu $a - b + c = 0$ thì $x = -1$ là một nghiệm của đa thức $ax^2 + bx + c$.

Phương pháp

Thay $x = -1$ vào đa thức.

Kết hợp $a - b + c = 0$ để chứng minh $x = -1$ là một nghiệm của đa thức.

Lời giải

Thay $x = -1$ vào đa thức $ax^2 + bx + c$, ta được:

$$a(-1)^2 + b(-1) + c = a - b + c.$$

$$\text{Mà } a - b + c = 0 \text{ nên } a(-1)^2 + b(-1) + c = 0.$$

Vậy $x = -1$ là một nghiệm của đa thức $ax^2 + bx + c$.

Bài 11: Biết $(x-1)f(x) = (x+4)f(x+8)$. Vậy $f(x)$ có ít nhất bao nhiêu nghiệm.

Phương pháp

Nếu $f(a) = 0$ thì a là nghiệm của đa thức $f(x)$.

Lời giải

Vì $(x-1)f(x) = (x+4)f(x+8)$ với mọi x nên suy ra:

+ Khi $x - 1 = 0$, hay $x = 1$ thì ta có:

$$(1-1) \cdot f(1) = (1+4)f(1+8) \Rightarrow 0 \cdot f(1) = 5 \cdot f(9) \Rightarrow f(9) = 0$$

Vậy $x = 9$ là một nghiệm của $f(x)$.

+ Khi $x + 4 = 0$, hay $x = -4$ thì ta có:

$$(-4-1).f(-4) = (-4+4).f(-4+8) - 5.f(-4) = 0. f(4)f(-4) = 0$$

Vậy $x = -4$ là một nghiệm của $f(x)$.

Vậy $f(x)$ có ít nhất 2 nghiệm là 9 và -4 .