

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2025 – 2026**

MÔN THI: TOÁN (Dành cho tất cả các thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Đề gồm 01 trang

Câu 1. Cho hai biểu thức $A = \frac{6\sqrt{x}-8}{x-16} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{2}{\sqrt{x}-4}$ và $B = \frac{x-\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-4}$, với $x \geq 0; x \neq 16$.

a) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 9$.

b) Chứng minh rằng $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4}$

c) Đặt $P = \frac{A}{B}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức P.

Câu 2.

a) Số bài tập về nhà môn Toán đã làm của 40 học sinh trong lớp 9A vào tuần trước được thống kê trong bảng tần số sau:

Số bài tập đã làm	6	7	8	9	10
Tần số	8	10	12	6	4

Lập bảng tần số tương đối của bảng số liệu trên.

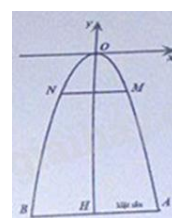
b) Một hộp có 12 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số tự nhiên từ 1 đến 12, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một chiếc thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố A: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra chia hết cho 3”.

c) Một bình thủy tinh hình trụ đang chứa nước có bán kính đáy bên trong là $R = 3\sqrt{2}$ cm đặt trên mặt phẳng nằm ngang. Bạn Nam thả chìm hoàn toàn một viên bi sắt đặc dạng hình cầu có bán kính $r = 3$ cm vào trong bình thì thấy nước trong bình dâng lên x cm ($x > 0$) và không tràn ra ngoài. Tính thể tích của viên bi sắt và tìm giá trị của x .

Câu 3.

a) Trong thư viện có một giá sách được chia thành hai ngăn I và II. Ban đầu số cuốn sách ở ngăn I nhiều hơn số cuốn sách ở ngăn II là 100 cuốn. Sau khi người ta chuyển 25% số cuốn sách ở ngăn I sang ngăn II thì số cuốn sách ở ngăn I bằng 75% số cuốn sách ở ngăn II. Tính số cuốn sách ở mỗi ngăn lúc ban đầu.

b) Ở một hội chợ thương mại, người ta dựng trên mặt sân một cái cổng có dạng parabol $y = ax^2$ (như hình vẽ bên). Biết chiếc cổng có chiều cao $OH = 8$ m, và khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB = 6$ m. Người ta treo trên cổng một dây đèn trang trí song song với đường thẳng AB, từ điểm M đến điểm N, khoảng cách $MN = 3$ m. Tính giá trị của a và khoảng cách từ dây đèn đến mặt sân.



Câu 4. Cho đường tròn $(O; R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Lấy điểm M thuộc cung nhỏ BC (M khác B và M khác C). Đoạn thẳng MD cắt đoạn thẳng OB tại I, đoạn thẳng OC cắt đoạn thẳng AM tại K.

a) Chứng minh tứ giác OBMK nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $DI \cdot DM = 2R^2$.

c) Tia phân giác của góc IOM cắt MI tại điểm E. Chứng minh rằng $\tan ODI = \frac{EI}{EM}$

d) Cho $IB = 2 \cdot IO$. Tính tỉ số $\frac{MB}{MC}$

Câu 5. Cho a, b, c là các số không âm thỏa mãn: $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{6a + \frac{(b-c)^2}{2}} + \sqrt{6b + \frac{(c-a)^2}{2}} + \sqrt{6c + \frac{(a-b)^2}{2}} \leq 6\sqrt{2}.$$

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ CHÍNH THỨC THI VÀO LỚP 10 THPT TỈNH THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2025 - 2026

Câu 1. Cho hai biểu thức $A = \frac{6\sqrt{x}-8}{x-16} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{2}{\sqrt{x}-4}$ và $B = \frac{x-\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-4}$, với $x \geq 0; x \neq 16$.

- a) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 9$.
- b) Chứng minh rằng $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4}$.
- c) Đặt $P = \frac{A}{B}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức P.

Phương pháp:

- a) Kiểm tra xem $x = 9$ có thỏa mãn điều kiện xác định hay không.
Nếu có, thay $x = 9$ vào B để tính giá trị biểu thức.
- b) Sử dụng cách biến đổi căn thức bậc hai để rút gọn biểu thức.
- c) Rút gọn P, biến đổi để tìm giá trị nhỏ nhất của mẫu thức suy ra giá trị lớn nhất của biểu thức P.

Lời giải:

a) Với $x = 9$ (TMĐK) thay vào biểu thức B, ta có:

$$B = \frac{9 - \sqrt{9} + 4}{\sqrt{9} - 4} = \frac{9 - 3 + 4}{3 - 4} = \frac{10}{-1} = -10$$

Vậy $B = -10$ khi $x = 9$

$$b) A = \frac{6\sqrt{x}-8}{x-16} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{2}{\sqrt{x}-4}$$

$$A = \frac{6\sqrt{x}-8}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-4)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-4)} + \frac{2(\sqrt{x}+4)}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-4)}$$

$$A = \frac{6\sqrt{x}-8+x-4\sqrt{x}+2\sqrt{x}+8}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-4)}$$

$$A = \frac{x+4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-4)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+4)}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-4)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4}$$

$$\text{Vậy với } x \geq 0; x \neq 16 \text{ thì } A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4}$$

c) Với $x \geq 0; x \neq 16$ thì $x - \sqrt{x} + 4 \neq 0$ và $x \geq 0; x \neq 16$ nên $B \neq 0$, ta có:

$$P = \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} : \frac{x-\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-4} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} \cdot \frac{\sqrt{x}-4}{x-\sqrt{x}+4} = \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+4}$$

TH1: $x = 0$ suy ra $P = 0$

$$\text{TH2: } x \neq 0, \text{ ta có: } P = \frac{1}{\frac{x}{\sqrt{x}} - 1 + \frac{4}{\sqrt{x}}} = \frac{1}{\sqrt{x} - 1 + \frac{4}{\sqrt{x}}} = \frac{1}{\frac{x - 4\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}} + 3} = \frac{1}{\frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}} + 3}$$

$$\text{Vì } (\sqrt{x}-2)^2 \geq 0 \text{ với mọi } x \text{ nên } \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}} \geq 0 \text{ với mọi } x.$$

$$\text{Suy ra } P \leq \frac{1}{3}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{x} - 2 = 0$ hay $\sqrt{x} = 2$ hay $x = 4$ (TMĐK)

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức P là: $\frac{1}{3}$ khi $x = 4$

Câu 2.

a) Số bài tập về nhà môn Toán đã làm của 40 học sinh trong lớp 9A vào tuần trước được thống kê trong bảng tần số sau:

Số bài tập đã làm	6	7	8	9	10
Tần số	8	10	12	6	4

Lập bảng tần số tương đối của bảng số liệu trên.

b) Một hộp có 12 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số tự nhiên từ 1 đến 12, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một chiếc thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố A: "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra chia hết cho 3".

c) Một bình thủy tinh hình trụ đang chứa nước có bán kính đáy bên trong là $R = 3\sqrt{2}$ cm đặt trên mặt phẳng nằm ngang. Bạn Nam thả chìm hoàn toàn một viên bi sắt đặc dạng hình cầu có bán kính $r = 3$ cm vào trong bình thì thấy nước trong bình dâng lên x cm ($x > 0$) và không tràn ra ngoài. Tính thể tích của viên bi sắt và tìm giá trị của x .

Phương pháp:

a) Tính các tần số tương đối tương ứng, sau đó lập bảng tần số tương đối.

$$f_x = \frac{m}{n} \cdot 100\% \quad (m \text{ là tần số của } x, n \text{ là cỡ mẫu}).$$

b) Tính số kết quả có thể, số kết quả thuận lợi chọn biến cố A.

Xác suất của biến cố A = số kết quả thuận lợi : số kết quả có thể.

c) Tính thể tích viên bi sắt.

Vì thể tích nước dâng lên bằng thể tích của viên bi nên ta giải phương trình để tìm x .

Lời giải:

a) Bảng tần số tương đối của bảng số liệu đã cho là:

Số bài tập đã làm	6	7	8	9	10
Tần số tương đối	20%	25%	30%	15%	10%

b) Không gian mẫu của phép thử là: $\Omega = \{1; 2; 3; \dots; 11; 12\}$ có 12 phần tử.

Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 3; 6; 9; 12.

$$\text{Xác suất của biến cố A là: } P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\text{c) Thể tích của viên bi sắt là: } V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

Vì thể tích nước dâng lên bằng thể tích của viên bi nên ta có

$$\pi R^2 x = 36\pi$$

$$\pi \cdot (3\sqrt{2})^2 \cdot x = 36\pi$$

$$18\pi x = 36\pi$$

$$\text{Suy ra: } x = 2 \text{ (cm)}$$

Câu 3.

a) Trong thư viện có một giá sách được chia thành hai ngăn I và II. Ban đầu số cuốn sách ở ngăn I nhiều hơn số cuốn sách ở ngăn II là 100 cuốn. Sau khi người ta chuyển 25% số cuốn sách ở ngăn I sang ngăn II thì số cuốn sách ở ngăn I bằng 75% số cuốn sách ở ngăn II. Tính số cuốn sách ở mỗi ngăn lúc ban đầu.

b) Ở một hội chợ thương mại, người ta dựng trên mặt sân một cái cổng có dạng parabol $y = ax^2$ (như hình vẽ bên). Biết chiếc cổng có chiều cao $OH = 8$ m, và khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB = 6$ m. Người ta treo trên cổng một dây đèn trang trí song song với đường thẳng AB, từ điểm M đến điểm N, khoảng cách $MN = 3$ m. Tính giá trị của a và khoảng cách từ dây đèn đến mặt sân.

Phương pháp:

a) Gọi số cuốn sách ban đầu ở ngăn I là: x (cuốn) ĐK: $x > 100$ và $x \in \mathbb{N}^*$.

Số cuốn sách ban đầu ở ngăn II là: y (cuốn) ĐK: $y \in \mathbb{N}^*$.

Số cuốn sách ở ngăn I nhiều hơn số cuốn sách ở ngăn II là 100 cuốn nên ta có: $y = x - 100$

Sau khi chuyển, số cuốn sách ở ngăn I bằng 75% số cuốn sách ở ngăn II nên ta lập được phương trình.

Thế $y = x - 100$ vào phương trình trên để tìm x .

Tìm giá trị y tương ứng.

b) Khoảng cách giữa hai chân cổng là: $AB = 6\text{m}$, suy ra $AH = 3\text{m}$.

Điểm A có hoành độ bằng 3, tung độ bằng -8, A thuộc parabol nên ta giải tìm a .

Điểm N thuộc parabol nên ta tìm được tọa độ điểm N.

Suy ra khoảng cách từ dây đèn đến mặt sân.

Lời giải:

a) Gọi số cuốn sách ban đầu ở ngăn I là: x (cuốn) ĐK: $x > 100$ và $x \in \mathbb{N}^*$.

Số cuốn sách ban đầu ở ngăn II là: y (cuốn) ĐK: $y \in \mathbb{N}^*$.

Có $y = x - 100$.

Chuyển 25% số sách ngăn I sang ngăn II, khi đó số cuốn sách còn lại ở ngăn I là: $x - 0,25x = 0,75x$ (Cuốn).

Số cuốn sách ở ngăn II là: $y + 0,25x$ (cuốn).

Sau khi chuyển, số cuốn sách ở ngăn I bằng 75% số cuốn sách ở ngăn II, ta có phương trình:

$$0,75x = 0,75.(x - 100 + 0,25x) \quad (1).$$

Thay $y = x - 100$ vào phương trình (1) ta có:

$$0,75x = 0,75.(x - 100 + 0,25x)$$

$$0,75x = 0,9375x - 75$$

$$x = 400 \text{ (TMĐK)}$$

$$\text{Suy ra: } y = 400 - 100 = 300 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy số sách ban đầu ở ngăn I là 400 cuốn, số sách ban đầu ở ngăn II là 300 cuốn.

b) Khoảng cách giữa hai chân cổng là: $AB = 6\text{m}$, suy ra $AH = 3\text{m}$.

Điểm A có hoành độ bằng 3, tung độ bằng -8, A thuộc parabol nên ta có: $-8 = a.3^2$

$$\text{suy ra: } a = \frac{-8}{9}$$

$$\text{Suy ra parabol: } y = \frac{-8}{9}x^2$$

Có $MN = 3\text{m}$ suy ra điểm N có hoành độ bằng -1,5 và tung độ y_N

$$\text{Điểm N thuộc parabol nên ta có: } y_N = \frac{-8}{9}(-1,5)^2 = -2$$

Suy ra tọa độ của dây đèn thấp hơn chiếc cổng là 2m

Vậy khoảng cách từ dây đèn đến mặt sân là: $8 - 2 = 6 \text{ (m)}$

Câu 4. Cho đường tròn $(O; R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Lấy điểm M thuộc cung nhỏ BC (M khác B và M khác C). Đoạn thẳng MD cắt đoạn thẳng OB tại I , đoạn thẳng OC cắt đoạn thẳng AM tại K .

a) Chứng minh tứ giác $OBMK$ nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $DI \cdot DM = 2R^2$.

c) Tia phân giác của góc IOM cắt MI tại điểm E . Chứng minh rằng $\tan \angle ODI = \frac{EI}{EM}$

d) Cho $IB = 2 \cdot IO$. Tính tỉ số $\frac{MB}{MC}$

Phương pháp:

a) Chứng minh $\triangle KOB$ vuông tại O , $\triangle MKB$ vuông tại M nên M, K, B, O cùng thuộc đường tròn đường kính KB hay tứ giác $OBMK$ nội tiếp.

b) Áp dụng tính chất góc nội tiếp chắn cung để tính $\angle DMB$ và $\angle DBI$, suy ra $\angle DMB = \angle DBI$

Chứng minh $\triangle DIB \sim \triangle DBM$ ($g - g$) suy ra: $DI \cdot DM = DB^2$

Áp dụng định lý Pythagore, chứng minh $BD^2 = 2R^2$

Suy ra: $DI \cdot DM = 2R^2$

c) Áp dụng tính chất đường phân giác, chứng minh $\frac{IE}{EM} = \frac{OI}{OM}$

Áp dụng tỉ số lượng giác, chứng minh $\tan ODI = \frac{OI}{OD}$ (6)

suy ra: $\tan ODI = \frac{EI}{EM}$

d) Đặt $IO = x$ thì $IB = 2 \cdot IO = 2x$.

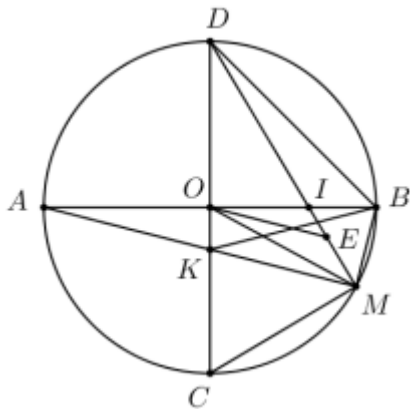
Tính DI và BD theo x và R .

Chứng minh $\frac{DI}{DB} = \frac{IB}{MB}$ suy ra MB theo x và R .

Từ tỉ số lượng giác suy ra MC theo x và R .

Suy ra tính $\frac{MB}{MC}$.

Lời giải:



a) Do $AB \perp CD$ tại O nên ΔKOB vuông tại O hay O, K, B cùng thuộc đường tròn đường kính KB.

Có $M \in (O)$ nên $\angle AMB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Khi đó ΔMKB vuông tại M nên M, K, B cùng thuộc đường tròn đường kính KB.

Vậy M, K, B, O cùng thuộc đường tròn đường kính KB hay tứ giác OBMK nội tiếp.

b) Ta có: $DMB = \frac{1}{2} sđ BD = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$ và $DBI = \frac{1}{2} sđ AD = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$

Nên $DMB = DBI (= 45^\circ)$

Xét ΔDIB và ΔDBM có $DMB = DBI$ (cmt) và MDB chung

Suy ra: $\Delta DIB \sim \Delta DBM$ (g - g) suy ra: $\frac{DI}{DB} = \frac{DB}{DM}$ hay $DI \cdot DM = DB^2$ (3)

Có ΔBOD vuông tại O (gt), theo định lý Pythagore ta có: $BD^2 = OD^2 + OB^2 = R^2 + R^2 = 2R^2$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $DI \cdot DM = 2R^2$

c) Do OE là tia phân giác của MOI nên $\frac{IE}{EM} = \frac{OI}{OM}$ (tính chất đường phân giác) (5)

Mà ΔOID vuông tại O nên $\tan ODI = \frac{OI}{OD}$ (6)

Từ (5) và (6) suy ra: $\tan ODI = \frac{EI}{EM}$

d) Đặt $IO = x$ thì $IB = 2 \cdot IO = 2x$.

Khi đó $DI = \sqrt{OI^2 + OD^2} = \sqrt{x^2 + R^2}$ và $BD = \sqrt{OB^2 + OD^2} = R\sqrt{2}$

Theo b) ta có: $\triangle DIB \sim \triangle DBM$ ($g - g$) nên $\frac{DI}{DB} = \frac{IB}{MB}$

$$\text{Suy ra } MB = \frac{IB \cdot DB}{DI} = \frac{2x \cdot R\sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + R^2}} \quad (7)$$

Ta có: $\sin IDO = \frac{OI}{DI} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}$ và $\sin MDC = \frac{MC}{DC} = \frac{MC}{2R}$

$$\text{Suy ra } \frac{MC}{2R} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}$$

$$\text{Suy ra: } MC = \frac{2xR}{\sqrt{x^2 + R^2}} \quad (8)$$

$$\text{Từ (7) và (8) suy ra: } \frac{MB}{MC} = \frac{2x \cdot R\sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + R^2}} : \frac{2xR}{\sqrt{x^2 + R^2}} = \frac{2x \cdot R\sqrt{2}}{2xR} = \sqrt{2}$$

Câu 5. Cho a, b, c là các số không âm thỏa mãn: $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{6a + \frac{(b-c)^2}{2}} + \sqrt{6b + \frac{(c-a)^2}{2}} + \sqrt{6c + \frac{(a-b)^2}{2}} \leq 6\sqrt{2}.$$

Phương pháp:

$$\text{Thay } 3 = a + b + c \text{ vào } \sqrt{6a + \frac{(b-c)^2}{2}}.$$

$$\text{Sử dụng bất đẳng thức Cauchy, chứng minh } \sqrt{6a + \frac{(b-c)^2}{2}} \leq \frac{2a+b+c}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Tương tự, } \sqrt{6b + \frac{(c-a)^2}{2}} \leq \frac{2b+a+c}{\sqrt{2}} \text{ và } \sqrt{6c + \frac{(a-b)^2}{2}} \leq \frac{2c+a+b}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Suy ra } \sqrt{6a + \frac{(b-c)^2}{2}} + \sqrt{6b + \frac{(c-a)^2}{2}} + \sqrt{6c + \frac{(a-b)^2}{2}} \leq 6\sqrt{2}.$$

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \sqrt{6a + \frac{(b-c)^2}{2}} + \sqrt{6b + \frac{(c-a)^2}{2}} + \sqrt{6c + \frac{(a-b)^2}{2}} \leq 6\sqrt{2}$$

$$\text{Đặt } A = \sqrt{6a + \frac{(b-c)^2}{2}} + \sqrt{6b + \frac{(c-a)^2}{2}} + \sqrt{6c + \frac{(a-b)^2}{2}}$$

Vì $a + b + c = 3$ nên ta có:

$$\sqrt{6a + \frac{(b-c)^2}{2}} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot a + \frac{(b-c)^2}{2}} = \sqrt{2 \cdot (a+b+c) \cdot a + \frac{(b-c)^2}{2}}$$

$$= \sqrt{2a^2 + 2ab + 2ac + \frac{(b-c)^2}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{4a^2 + 4ab + 4ac + (b-c)^2}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{4a^2 + 4a(b+c) + (b+c)^2 - 4bc}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(2a+b+c)^2 - 4bc}{2}} = \sqrt{\frac{(2a+b+c)^2}{2} - 2bc}$$

$$\leq \sqrt{\frac{(2a+b+c)^2}{2}} = \frac{2a+b+c}{\sqrt{2}} \quad (\text{Vì } a, b, c \text{ không âm})$$

Tương tự ta có: $\sqrt{6b + \frac{(c-a)^2}{2}} \leq \frac{2b+a+c}{\sqrt{2}}$ và $\sqrt{6c + \frac{(a-b)^2}{2}} \leq \frac{2c+a+b}{\sqrt{2}}$

Khi đó: $A \leq \frac{4a+4b+4c}{\sqrt{2}} = \frac{4 \cdot 3}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$

Dấu “=” xảy ra khi: $a = b = 0$; $c = 3$ hoặc $b = c = 0$; $a = 3$ hoặc $a = c = 0$; $b = 3$.