

CHUYÊN ĐỀ 8:

TAM GIÁC

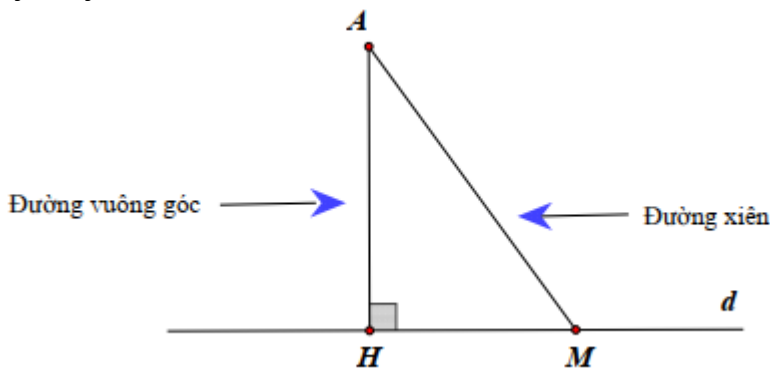
ÔN HÈ MÔN: TOÁN - LỚP 7



BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

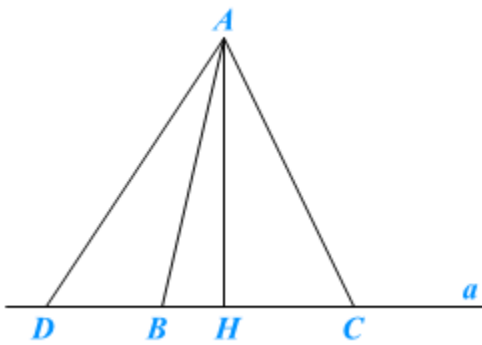
Dạng 4. Đường vuông góc và đường xiên

A. Lý thuyết



* Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên:

Định lý 1: Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm ở bên ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó, đường vuông góc ngắn hơn mọi đường xiên.

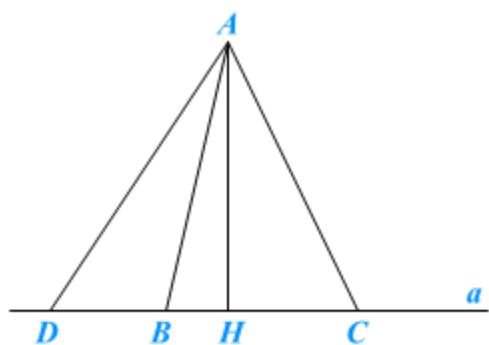


$AH \perp a$ nên $AH < AD$, $AH < AB$, $AH < AC$.

* Quan hệ giữa đường xiên và hình chiếu:

Định lý 2: Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó:

- + Đường xiên nào có hình chiếu lớn hơn thì lớn hơn.
- + Đường xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn.
- + Nếu hai đường xiên bằng nhau thì hai hình chiếu bằng nhau, nếu hai hình chiếu bằng nhau thì hai đường xiên bằng nhau.



- + $AH \perp a$, $HD > HB$ nên $AD > AB$
- + $AH \perp a$, $AD > AB$ nên $HD > HB$.
- + $AD = AC$ khi và chỉ khi $HD = HC$.

B. Bài tập

Bài 1: Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng, B nằm giữa A và C . Trên đường thẳng vuông góc với AC tại B ta lấy điểm H . Khi đó

- A. $AH < BH$. B. $AH < AB$. C. $AH > BH$. D. $AH = BH$.

Bài 2: Em hãy chọn cụm từ thích hợp điền vào chỗ trống:

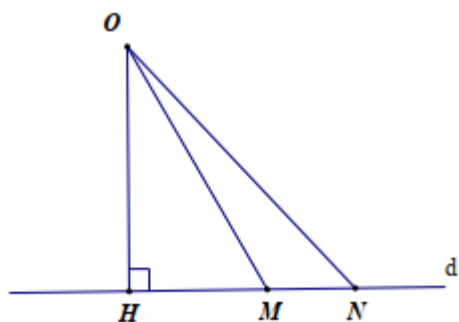
“Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó thì đường xiên nào có hình chiếu nhỏ hơn thì...”

- A. lớn hơn. B. ngắn hơn. C. nhỏ hơn. D. bằng nhau.

Bài 3: Trong tam giác ABC có $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Chọn câu **sai**.

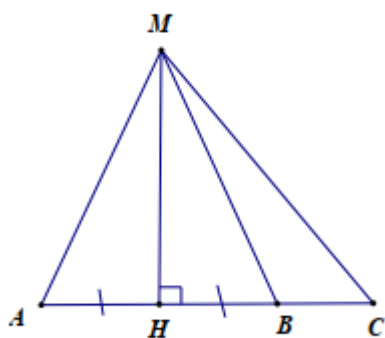
- A. Nếu $AB < AC$ thì $BH < HC$. B. Nếu $AB > AC$ thì $BH < HC$.
C. Nếu $AB = AC$ thì $BH = HC$. D. Nếu $HB > HC$ thì $AB > AC$.

Bài 4: Cho hình vẽ sau:



- A. $OM > OH$. B. $ON > OH$. C. $ON > OM$. D. $OMN < MNO$.

Bài 5: Cho hình vẽ sau:



Em hãy chọn đáp án **sai** trong các đáp án sau:

- A. $MA > MH$. B. $HB < HC$. C. $MA = MB$. D. $MC < MA$.

Bài 6: Cho $\triangle MNP$ vuông tại M . Trên tia đối của tia NM lấy điểm D .

a) So sánh PN và PD.

b) Lấy điểm E trên cạnh MP. Chứng minh $EN < PD$.

Bài 7: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, M là trung điểm của AC. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của A và C xuống đường thẳng BM. So sánh $BD + BE$ và AB.

Bài 8: Cho $\triangle ABC$ có CE và BD là hai đường cao. So sánh $BD + CE$ và $AB + AC$?

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ có $\hat{C} = 90^\circ$, $AC < BC$, kẻ $CH \perp AB$. Trên các cạnh AB và AC lấy tương ứng hai điểm M và N sao cho $BM = BC$, $CN = CH$.

a) Chứng minh $MN \perp AC$.

b) So sánh $AC + BC$ và $AB + CH$.

Bài 10: Cho góc $xOy = 60^\circ$, A là điểm trên tia Ox, B là điểm trên tia Oy (A, B không trùng với O). Chứng minh rằng $OA + OB \leq 2AB$. Biết rằng trong tam giác vuông, cạnh đối diện với góc 30° bằng nửa cạnh huyền.

-----Hết-----

Hướng dẫn giải chi tiết

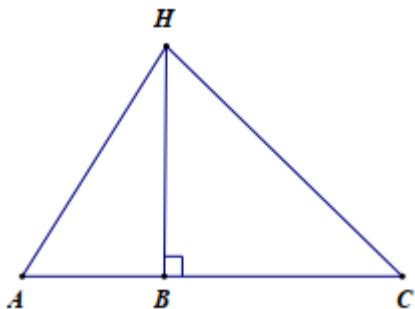
Bài 1: Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng, B nằm giữa A và C . Trên đường thẳng vuông góc với AC tại B ta lấy điểm H . Khi đó

- A. $AH < BH$. B. $AH < AB$. C. $AH > BH$. D. $AH = BH$.

Phương pháp

Áp dụng định lý quan hệ đường vuông góc với đường xiên.

Lời giải



Vì BH là đường vuông góc và AH là đường xiên nên $AH > BH$.

Đáp án: C

Bài 2: Em hãy chọn cụm từ thích hợp điền vào chỗ trống:

“Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó thì đường xiên nào có hình chiếu nhỏ hơn thì...”

- A. lớn hơn. B. ngắn hơn. C. nhỏ hơn. D. bằng nhau.

Phương pháp

Áp dụng định lý về quan hệ giữa đường xiên và hình chiếu.

Lời giải

Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó thì đường xiên nào có hình chiếu nhỏ hơn thì nhỏ hơn.

Đáp án: C

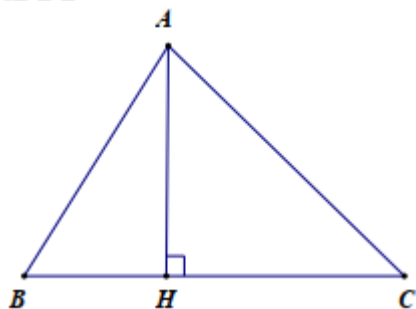
Bài 3: Trong tam giác ABC có $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Chọn câu **sai**.

- A. Nếu $AB < AC$ thì $BH < HC$. B. Nếu $AB > AC$ thì $BH < HC$.
C. Nếu $AB = AC$ thì $BH = HC$. D. Nếu $HB > HC$ thì $AB > AC$.

Phương pháp

Sử dụng mối quan hệ giữa đường xiên và hình chiếu.

Lời giải



Trong tam giác ABC có AH là đường vuông góc và BH, CH là hai hình chiếu.

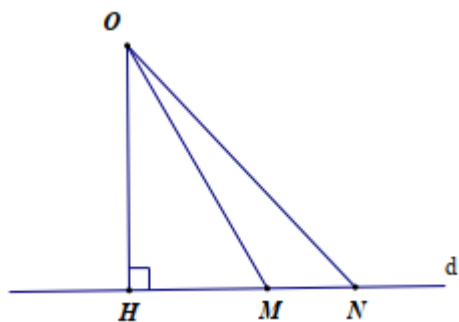
Khi đó

- + Nếu $AB < AC$ thì $BH < HC$ (A đúng)
- + Nếu $AB > AC$ thì $BH < HC$ (B sai)
- + Nếu $AB = AC$ thì $BH = HC$ (C đúng)

+ Nếu $HB > HC$ thì $AB > AC$ (Đúng)

Đáp án: B

Bài 4: Cho hình vẽ sau:



A. $OM > OH$.

B. $ON > OH$.

C. $ON > OM$.

D. $OMN < MNO$.

Phương pháp

Áp dụng:

+ Định lý về quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên, đường xiên và hình chiếu.

+ Tính chất: Trong tam giác tù, góc tù là góc lớn nhất.

Lời giải

Vì OH là đường vuông góc và OM, ON là đường xiên nên $OH < OM$; $OH < ON$ (quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên).

Đáp án A, B đúng nên loại A, B.

Vì M nằm giữa hai điểm H và N nên $HM < HN$ suy ra $OM < ON$ (quan hệ giữa đường xiên và hình chiếu).

Đáp án C đúng nên loại C.

Xét $\triangle OHM$ vuông tại H nên $\angle HMO$ là góc nhọn hay $\angle HMO < 90^\circ$.

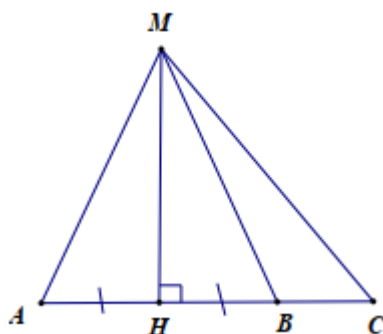
Mặt khác $\angle HMO + \angle OMN = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

nên $\angle OMN > 180^\circ - 90^\circ$

suy ra $\angle OMN > 90^\circ$ hay $\angle OMN$ là góc tù. Do đó $\angle OMN > \angle MNO$. Do đó đáp án D sai.

Đáp án: D

Bài 5: Cho hình vẽ sau:



Em hãy chọn đáp án **sai** trong các đáp án sau:

A. $MA > MH$.

B. $HB < HC$.

C. $MA = MB$.

D. $MC < MA$.

Phương pháp

Áp dụng các định lý sau:

+ Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên, đường xiên và hình chiếu.

+ Quan hệ giữa góc và cạnh trong tam giác.

Lời giải

Vì MH là đường vuông góc và MA là đường xiên nên $MA > MH$ (quan hệ đường vuông góc và đường xiên)

Đáp án A đúng nên loại A.

Vì MBC là góc ngoài của $\triangle MHB$ nên $MBC = MHB + BMH > MHB = 90^\circ$

Xét $\triangle MBC$ có MBC là góc tù nên suy ra $MC > MB$ (quan hệ giữa góc và cạnh trong tam giác).

Mà HB và HC lần lượt là hình chiếu của MB và MC trên AC , do đó $HB < HC$ (quan hệ giữa đường xiên và hình chiếu).

Đáp án B đúng nên loại B.

Vì $AH = HB$ (gt). Mà AH và HB lần lượt là hình chiếu của AM và BM nên $MA = MB$ (quan hệ giữa đường xiên và hình chiếu).

Đáp án C đúng nên loại đáp án C.

Vì $MB = MA$, $MC > MB$ nên $MC > MA$.

Vậy đáp án D sai.

Đáp án: D

Bài 6: Cho $\triangle MNP$ vuông tại M . Trên tia đối của tia NM lấy điểm D .

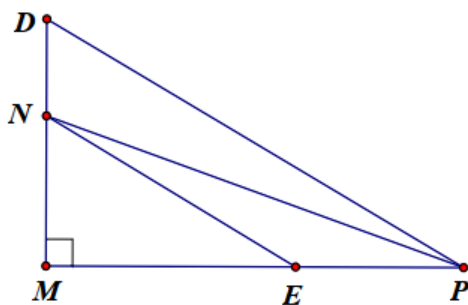
a) So sánh PN và PD .

b) Lấy điểm E trên cạnh MP . Chứng minh $EN < PD$.

Phương pháp

Sử dụng định lý quan hệ giữa đường xiên và hình chiếu.

Lời giải



a) Từ giả thiết, ta có: $MN < MD$

Mà MN , MD lần lượt là hình chiếu của PN , PD lên đường thẳng MD

Do đó: $PN < PD$.

b) Ta có: $ME < MP$.

Mà ME , MP lần lượt là hình chiếu của NE , NP lên đường thẳng MP .

Do đó: $NE < NP$.

Mà $PN < PD$ nên $NE < PD$.

Bài 7: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , M là trung điểm của AC . Gọi D , E lần lượt là hình chiếu của A và C xuống đường thẳng BM . So sánh $BD + BE$ và AB .

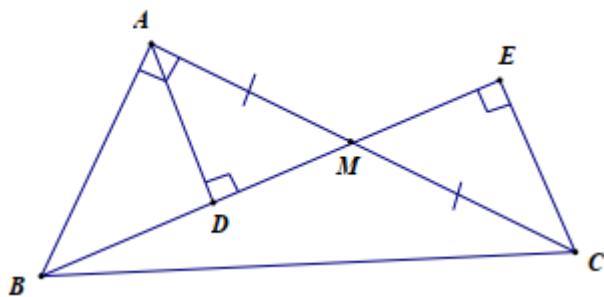
Phương pháp

- Sử dụng quan hệ giữa đường vuông góc với đường xiên

- Sử dụng tính chất của trung điểm

- Chứng minh $\triangle ADM = \triangle CEM$ (ch - gn)

Lời giải



Vì $\triangle ABM$ vuông tại A (gt) nên $BA < BM$ (quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên).

Mà $BM = BD + DM$ nên $BA < BD + DM$ (1).

Mặt khác, $BM = BE - ME$ nên $BA < BE - ME$ (2)

Cộng hai vế của (1) và (2) ta được: $2BA < BD + BE + MD - ME$ (3)

Vì M là trung điểm của AC (gt) nên $AM = MC$ (tính chất trung điểm)

Xét tam giác vuông ADM và tam giác vuông CEM có:

$$AM = MC \text{ (cmt)}$$

$$\angle AMD = \angle EMC \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\text{nên } \triangle ADM = \triangle CEM \text{ (cạnh huyền - góc nhọn)}$$

$$\text{suy ra } MD = ME \text{ (4) (2 cạnh tương ứng)}$$

$$\text{Từ (3) và (4) suy ra } BD + BE > 2AB$$

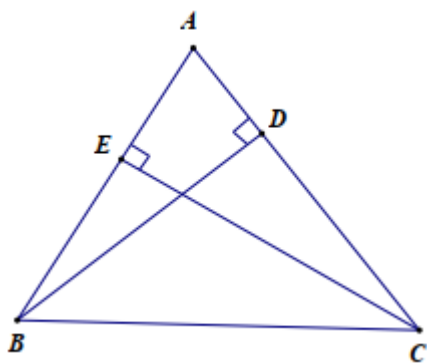
Bài 8: Cho $\triangle ABC$ có CE và BD là hai đường cao. So sánh $BD + CE$ và $AB + AC$?

Phương pháp

Chứng minh CE và BD là đường vuông góc, AC và AB là đường xiên.

Sử dụng định lý về đường vuông góc và đường xiên để so sánh.

Lời giải



Vì $BD \perp AC$ (gt) và $EC \perp AB$ (gt) nên BD và CE là lần lượt là hai đường vuông góc của hai đường xiên AC và AB .

Suy ra $BD < AB$ và $EC < AC$ (đường vuông góc nhỏ hơn đường xiên)

$$\text{Dp đó } BD + EC < AB + AC$$

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ có $\hat{C} = 90^\circ$, $AC < BC$, kẻ $CH \perp AB$. Trên các cạnh AB và AC lấy tương ứng hai điểm M và N sao cho $BM = BC$, $CN = CH$.

a) Chứng minh $MN \perp AC$.

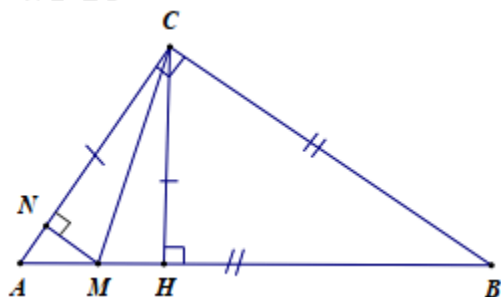
b) So sánh $AC + BC$ và $AB + CH$.

Phương pháp

a) Áp dụng tính chất tam giác cân.

b) Áp dụng quan hệ đường vuông góc và đường xiên.

Lời giải



a) Ta có: $BM = BC$ (gt) nên $\triangle BMC$ cân tại B (dấu hiệu nhận biết tam giác cân)

suy ra $\angle MCB = \angle CMB$ (1) (tính chất tam giác cân)

Lại có: $\angle BCM + \angle MCA = \angle ACB = 90^\circ$ (gt) và $\angle CMH + \angle MCH = 90^\circ$ (gt) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\angle MCH = \angle MCN$

Xét $\triangle MHC$ và $\triangle MNC$ có:

MC chung

$$\angle MCH = \angle MCN \text{ (cmt)}$$

$$\angle MCH = \angle MCN \text{ (gt)}$$

suy ra $\triangle MHC = \triangle MNC$ (c.g.c), do đó $\angle MNC = \angle MHC = 90^\circ$ (2 góc tương ứng) hay $MN \perp AC$.

b) Xét $\triangle AMN$ có AN là đường vuông góc hạ từ A xuống MN và AM là đường xiên nên suy ra $AM > AN$ (quan hệ đường vuông góc và đường xiên)

Ta có: $BM = BC$ (gt), $HC = CN$ (gt) và $AM > AN$ (cmt), do đó:

$$BM + MA + HC > BC + CN + NA$$

$$\text{hay } AB + HC > BC + AC.$$

Bài 10: Cho góc $\angle xOy = 60^\circ$, A là điểm trên tia Ox , B là điểm trên tia Oy (A, B không trùng với O). Chứng minh rằng $OA + OB \leq 2AB$. Biết rằng trong tam giác vuông, cạnh đối diện với góc 30° bằng nửa cạnh huyền.

Phương pháp

$$\text{Kẻ tia phân giác } Ot \text{ của } \angle xOy \text{ nên } \angle xOt = \angle yOt = \frac{\angle xOy}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ.$$

Gọi I là giao của Ot và AB . Kẻ $AH \perp Ot$, $BK \perp Ot$

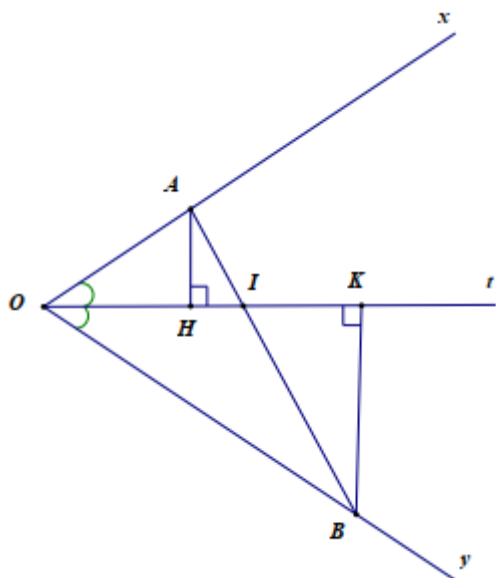
Xét $\triangle OAH$ có $\angle AOH = 30^\circ$ nên $OA = 2AH$. Từ đó so sánh OA và AI (1)

Xét $\triangle OBK$ có $\angle BOK = 30^\circ$ nên $OB = 2BK$. Từ đó so sánh OB và BI (2)

Từ (1) và (2) ta so sánh được $OA + OB$ với $2AB$.

* **Chú ý:** Trong tam giác vuông, cạnh đối diện với góc 30° bằng nửa cạnh huyền.

Lời giải



Kẻ tia phân giác Ot của xOy nên $xOt = yOt = \frac{xOy}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$.

Gọi I là giao của Ot và AB . Kẻ $AH \perp Ot, BK \perp Ot$.

Xét $\triangle OAH$ có $AOH = 30^\circ$ nên $OA = 2AH$.

Vì AH, AI lần lượt là đường vuông góc, đường xiên kẻ từ A đến Ot nên $AH \leq AI$ do đó $OA \leq 2AI$ (1)

Xét $\triangle OBK$ có $BOK = 30^\circ$ nên $OB = 2BK$.

Vì BK, BI lần lượt là đường vuông góc, đường xiên kẻ từ B đến Ot nên $BK \leq BI$ do đó $OB \leq 2BI$ (2)

Cộng (1) với (2) theo vế với vế ta được:

$$OA + OB \leq 2AI + 2BI$$

$$OA + OB \leq 2(AI + BI)$$

$$OA + OB \leq 2AB$$

Vậy $OA + OB \leq 2AB$.