

CHUYÊN ĐỀ 8:

TAM GIÁC

ÔN HÈ MÔN: TOÁN - LỚP 7



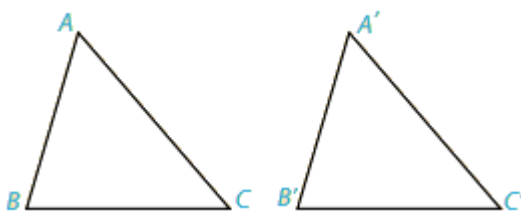
BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Dạng 2. Hai tam giác bằng nhau

A. Lý thuyết

* Khái niệm:

Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có cạnh tương ứng bằng nhau và các góc tương ứng bằng nhau.



Khi hai tam giác ABC và $A'B'C'$ bằng nhau thì ta ký hiệu là $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$.

Quy ước: Khi viết hai tam giác bằng nhau, tên đỉnh của hai tam giác đó phải viết theo đúng thứ tự tương ứng với sự bằng nhau.

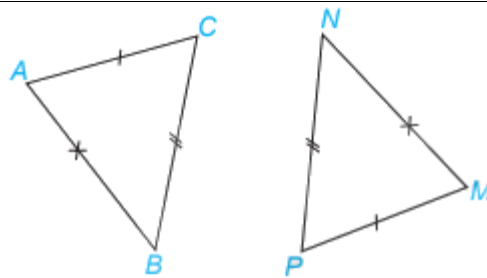
Chú ý:

- Nếu $AB = A'B', BC = B'C', CA = C'A'$ và $A = A', B = B', C = C'$ thì $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$.
- Nếu $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ thì $AB = A'B', BC = B'C', CA = C'A'$ và $A = A', B = B', C = C'$.

* Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác:

Trường hợp cạnh – cạnh – cạnh (c.c.c)

Nếu 3 cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.



Xét ΔABC và ΔMNP có:

$$AB = MN$$

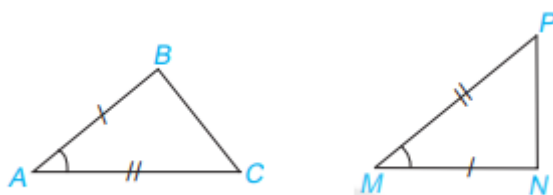
$$BC = NP$$

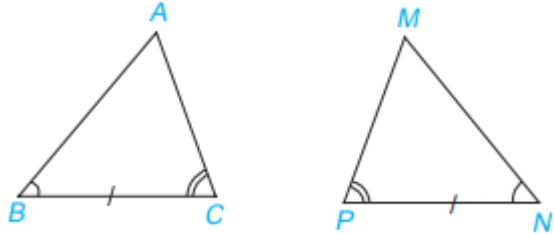
$$AC = MP$$

$$\text{Vậy } \Delta ABC = \Delta MNP (c.c.c)$$

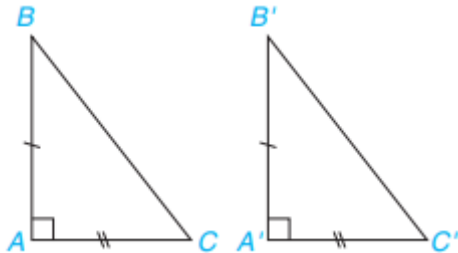
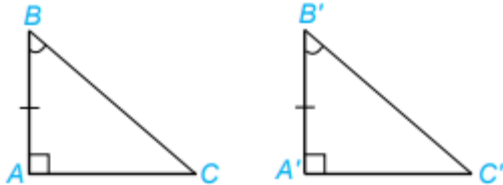
Trường hợp cạnh – góc – cạnh (c.g.c)

Nếu 2 cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng 2 cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.



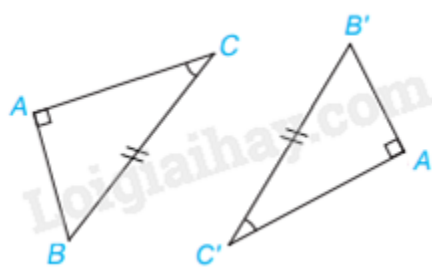
	Xét $\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ có: $AB = MN$ $\angle BAC = \angle NMP$ $AC = MP$ Vậy $\triangle ABC = \triangle MNP$ (c.g.c)
Trường hợp góc – cạnh – góc (g.c.g) Nếu 1 cạnh và 2 góc kề của tam giác này bằng 1 cạnh và 2 góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.	 Xét $\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ có: $\angle B = \angle P$ $BC = PN$ $\angle C = \angle N$ Vậy $\triangle ABC = \triangle MNP$ (g.c.g)

*** Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác vuông:**

Trường hợp hai cạnh góc vuông Nếu 2 cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau. Ta có thể kí hiệu là: (c.g.c) hoặc (hai cạnh góc vuông)	 Xét $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có: $AB = A'B'$ $\angle A = \angle A' (= 90^\circ)$ $AC = A'C'$ Vậy $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$ (c.g.c)
Trường hợp cạnh góc vuông – góc nhọn kề Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau. (g.c.g)	 Xét $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có: $\angle A = \angle A' (= 90^\circ)$ $AB = A'B'$ $\angle B = \angle B'$ Vậy $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$ (g.c.g)

Trường hợp cạnh huyền – góc nhọn

Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau. (cạnh huyền – góc nhọn)



Xét $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có:

$$A = A' (= 90^\circ)$$

$$BC = B'C'$$

$$C = C'$$

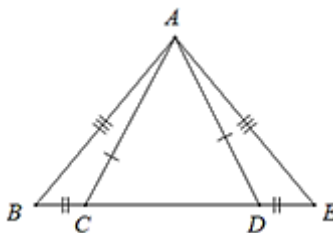
Vậy $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$ (cạnh huyền – góc nhọn)

B. Bài tập

Bài 1: Cho $\triangle ABC = \triangle DEF$. Cho $\hat{E} = 46^\circ$. Khẳng định đúng là:

- A. $\hat{A} = 46^\circ$. B. $\hat{B} = 46^\circ$. C. $\hat{F} = 46^\circ$. D. $\hat{F} = 46^\circ$.

Bài 2: Cho hình vẽ sau. Tam giác bằng với tam giác DEA là:



- A. Tam giác ABC. B. Tam giác CBA. C. Tam giác DBA. D. Tam giác BCA.

Bài 3: Cho tam giác BAC và tam giác KEF có $BA = EK$, $\hat{A} = \hat{K}$, $CA = KF$. Phát biểu nào trong các phát biểu sau đây là đúng:

- A. $\triangle BAC = \triangle KEF$. B. $\triangle BAC = \triangle EFK$. C. $\triangle ABC = \triangle FKE$. D. $\triangle BAC = \triangle KEF$.

Bài 4: Cho tam giác DEF và tam giác HKG có $\hat{D} = \hat{H}$, $\hat{E} = \hat{K}$, $DE = HK$. Biết $\hat{F} = 80^\circ$. Số đo góc G là:

- A. 70° . B. 80° . C. 90° . D. 100° .

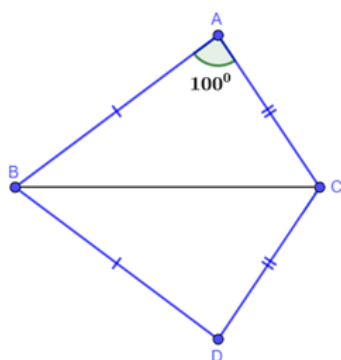
Bài 5: Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Một đường thẳng d bất kì luôn đi qua A. Kẻ BH và CK vuông góc với đường thẳng d. Khẳng định đúng là:

- A. $BH = CK$. B. $\angle ABC = \angle CAH$. C. $\angle ABH = \angle ACB$. D. $AK = BH$.

Bài 6: Cho hình vẽ bên, biết $\hat{A} = 100^\circ$, $AB = DB$, $AC = CD$.

a) Tính số đo góc D.

b) Chứng tỏ rằng BC là tia phân giác của góc ABD.



Bài 7: Cho hai đoạn thẳng AB và DC cắt nhau tại trung điểm O của mỗi đoạn thẳng.

a) Chứng minh $AC = BD$ và $AC \parallel BD$; $AD = BC$ và $AD \parallel BC$.

b) Vẽ $CH \perp AB$ tại H. Trên tia đối của tia OH lấy điểm I sao cho $OI = OH$. Chứng minh $DI \perp AB$.

Bài 8: Cho góc nhọn xOy và tia phân giác Oz của góc đó. Qua điểm I thuộc tia Oz , kẻ đường thẳng vuông góc với Oz , đường thẳng này cắt tia Ox , Oy lần lượt tại A và B.

a) Chứng minh rằng $OA = OB$.

b) Trên tia Oz lấy điểm C. Chứng minh $OAC = OBC$.

Bài 9: Cho xOy . Lấy hai điểm A và B thuộc tia Ox sao cho $OA < OB$. Lấy hai điểm C và D thuộc tia Oy sao cho $OC = OA$, $OD = OB$. Gọi E là giao điểm của AD và BC. Chứng minh rằng:

a) $AD = BC$.

b) $\triangle EAB = \triangle ECD$.

c) OE là tia phân giác của xOy .

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Vẽ BD và CE lần lượt vuông góc với AC và AB. Gọi I là giao điểm của BD và CE.

a) Chứng minh $\triangle AEI = \triangle ADI$.

b) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh ba điểm A, I, M thẳng hàng.

-----Hết-----

Hướng dẫn giải chi tiết

Bài 1: Cho $\triangle ABC = \triangle DEF$. Cho $\hat{E} = 46^\circ$. Khẳng định đúng là:

- A. $\hat{A} = 46^\circ$. B. $\hat{B} = 46^\circ$. C. $\hat{F} = 46^\circ$. D. $\hat{D} = 46^\circ$.

Phương pháp

Khi 2 tam giác bằng nhau thì các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau.

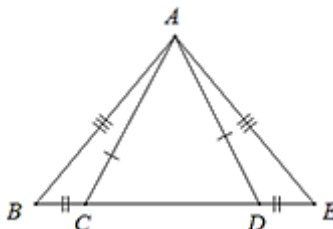
Lời giải

Vì $\triangle ABC = \triangle DEF$ nên $\hat{B} = \hat{E}$ (2 góc tương ứng)

suy ra $\hat{B} = 46^\circ$

Đáp án: B

Bài 2: Cho hình vẽ sau. Tam giác bằng với tam giác DEA là:



- A. Tam giác ABC. B. Tam giác CBA. C. Tam giác DBA. D. Tam giác BCA.

Phương pháp

Hai tam giác có 3 cặp cạnh tương ứng bằng nhau thì 2 tam giác đó bằng nhau. (c.c.c)

Lời giải

Xét tam giác DEA và tam giác CBA, ta có:

$$DE = CB$$

$$EA = BA$$

$$DA = CA$$

suy ra $\triangle DEA = \triangle CBA$ (c.c.c)

Đáp án: B

Bài 3: Cho tam giác BAC và tam giác KEF có $BA = EK$, $\hat{A} = \hat{K}$, $CA = KF$. Phát biểu nào trong các phát biểu sau đây là đúng:

- A. $\triangle BAC = \triangle EKF$. B. $\triangle BAC = \triangle EFK$. C. $\triangle ABC = \triangle FKE$. D. $\triangle BAC = \triangle KEF$.

Phương pháp

Sử dụng trường hợp bằng nhau thứ hai của tam giác.

Lời giải

Xét tam giác BAC và tam giác KEF có $BA = EK$, $\hat{A} = \hat{K}$, $CA = KF$.

Suy ra $\triangle BAC = \triangle EKF$ (c.g.c).

Đáp án: A

Bài 4: Cho tam giác DEF và tam giác HKG có $\hat{D} = \hat{H}$, $\hat{E} = \hat{K}$, $DE = HK$. Biết $\hat{F} = 80^\circ$. Số đo góc G là:

- A. 70° . B. 80° . C. 90° . D. 100° .

Phương pháp

Áp dụng trường hợp bằng nhau thứ ba của tam giác để chứng minh hai tam giác bằng nhau, từ đó suy ra tính chất về góc của hai tam giác bằng nhau.

Lời giải

Xét tam giác DEF và tam giác HKG có $\hat{D} = \hat{H}$, $\hat{E} = \hat{K}$, $DE = HK$, do đó $\triangle DEF = \triangle HKG$ (g.c.g).

Do đó $\hat{G} = \hat{F} = 80^\circ$ (hai góc tương ứng).

Đáp án: B

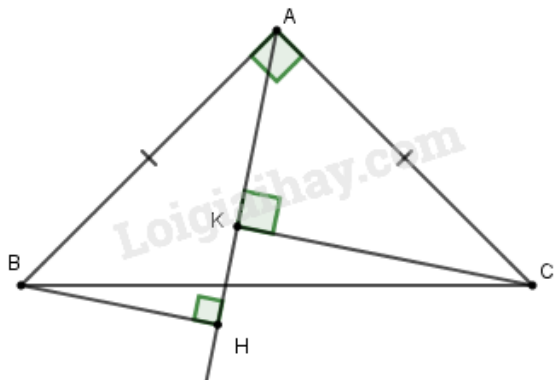
Bài 5: Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Một đường thẳng d bất kì luôn đi qua A. Kẻ BH và CK vuông góc với đường thẳng d . Khẳng định đúng là:

- A. $BH = CK$. B. $ABC = CAH$. C. $ABH = ACB$. D. $AK = BH$.

Phương pháp

Chứng minh hai tam giác bằng nhau $\triangle ABH = \triangle CAK$ suy ra các cạnh tương ứng bằng nhau

Lời giải



Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $AB = AC$ (tính chất)

Lại có $ABH + BAH = 90^\circ$ (vì $\triangle ABH$ vuông tại H) và $CAH + BAH = 90^\circ$

Nên $ABH = CAK$ (cùng phụ với BAH)

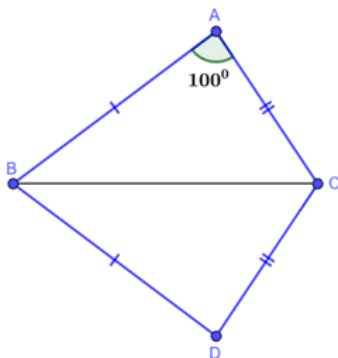
$\triangle ABH = \triangle CAK$ (cạnh huyền-góc nhọn) nên $BH = AK$. (2 cạnh tương ứng)

Đáp án: D

Bài 6: Cho hình vẽ bên, biết $A = 100^\circ$, $AB = DB$, $AC = CD$.

a) Tính số đo góc D.

b) Chứng tỏ rằng BC là tia phân giác của góc ABD.



Phương pháp

a) Chứng minh $\triangle ABC = \triangle DBC$ suy ra hai góc tương ứng bằng nhau.

b) Chứng minh $ABC = DBC$ nên BC là tia phân giác của góc ABD.

Lời giải

a) Xét $\triangle ABC$ và $\triangle DBC$ có:

$AB = DB$ (gt)

$AC = DC$ (gt)

BC là cạnh chung

nên $\triangle ABC = \triangle DBC$ (c.c.c)

Suy ra $D = A = 100^\circ$.

b) Vì $\triangle ABC = \triangle DBC$ (cmt) nên $ABC = DBC$ hay BC là tia phân giác của góc ABD.

Bài 7: Cho hai đoạn thẳng AB và DC cắt nhau tại trung điểm O của mỗi đoạn thẳng.

a) Chứng minh $AC = BD$ và $AC \parallel BD$; $AD = BC$ và $AD \parallel BC$.

b) Vẽ $CH \perp AB$ tại H. Trên tia đối của tia OH lấy điểm I sao cho $OI = OH$. Chứng minh $DI \perp AB$.

Phương pháp

a) Chứng minh $\triangle AOC = \triangle BOD$ (c.g.c)

Suy ra $AC = BD$ và $\angle A_1 = \angle B_1$

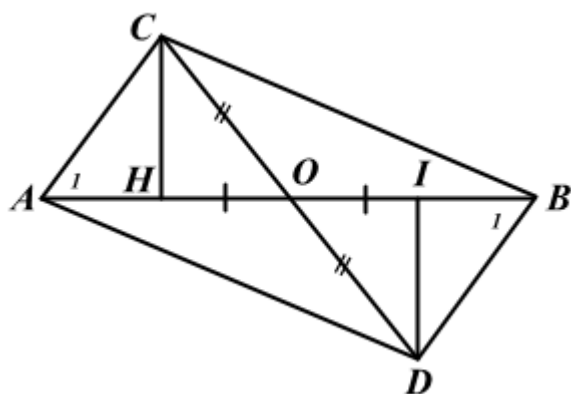
Hai góc này ở vị trí so le trong nên $AC \parallel BD$.

Chứng minh tương tự $\triangle AOD = \triangle BOC$ để có $AD = BC$ và $AD \parallel BC$.

b) Chứng minh $\triangle COH = \triangle DOI$ (c.g.c)

Suy ra $\angle DIO = 90^\circ$ nên $DI \perp AB$.

Lời giải



Xét $\triangle AOC$ và $\triangle BOD$ có:

$\angle AOC = \angle BOD$ (hai góc đối đỉnh)

$OA = OB$ (gt)

$OC = OD$ (gt)

Do đó $\triangle AOC = \triangle BOD$ (c.g.c)

Suy ra $\angle A_1 = \angle B_1$ (hai góc tương ứng)

Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $AC \parallel BD$.

Vì $\triangle AOC = \triangle BOD$ nên $AC = BD$ (hai cạnh tương ứng)

Chứng minh tương tự với $\triangle AOD$ và $\triangle BOC$ để có $AD = BC$ và $AD \parallel BC$.

b) Xét $\triangle COH$ và $\triangle DOI$ có:

$\angle COH = \angle DOI$ (hai góc đối đỉnh)

$OH = OI$ (gt)

$OC = OD$ (gt)

Do đó $\triangle COH = \triangle DOI$ (c.g.c)

Suy ra $\angle DIO = \angle CHO = 90^\circ$ (hai góc tương ứng)

Suy ra $DI \perp AB$.

Bài 8: Cho góc nhọn $\angle xOy$ và tia phân giác Oz của góc đó. Qua điểm I thuộc tia Oz , kẻ đường thẳng vuông góc với Oz , đường thẳng này cắt tia Ox , Oy lần lượt tại A và B.

a) Chứng minh rằng $OA = OB$.

b) Trên tia Oz lấy điểm C. Chứng minh $\angle OAC = \angle OBC$.

Phương pháp

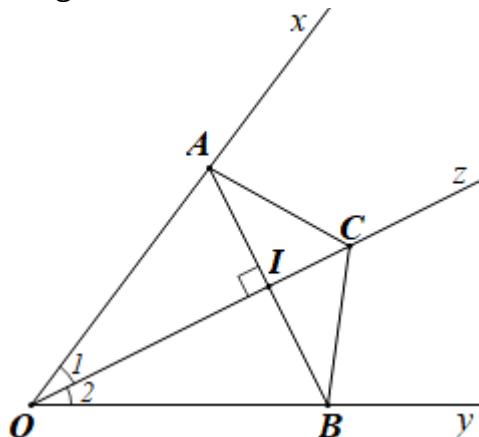
a) Chứng minh $\triangle OAI = \triangle OBI$ (g.c.g)

Suy ra $OA = OB$ (hai cạnh tương ứng)

b) Chứng minh $\triangle OAC = \triangle OBC$ (c.g.c)

Suy ra $OAC = OBC$ (hai góc tương ứng).

Lời giải



a) Vì Oz là tia phân giác của góc xOy nên ta có: $O_1 = O_2$.

Xét $\triangle OAI$ và $\triangle OBI$ có:

$O_1 = O_2$ (gt)

OI là cạnh chung

$OIA = OIB (= 90^\circ)$ (gt)

Do đó $\triangle OAI = \triangle OBI$ (g.c.g)

Suy ra $OA = OB$ (hai cạnh tương ứng)

b) Xét $\triangle OAC$ và $\triangle OBC$ có:

OC là cạnh chung

$O_1 = O_2$

$OA = OB$ (cmt)

Do đó $\triangle OAC = \triangle OBC$ (c.g.c)

Suy ra $OAC = OBC$ (hai góc tương ứng).

Bài 9: Cho xOy . Lấy hai điểm A và B thuộc tia Ox sao cho $OA < OB$. Lấy hai điểm C và D thuộc tia Oy sao cho $OC = OA$, $OD = OB$. Gọi E là giao điểm của AD và BC. Chứng minh rằng:

a) $AD = BC$.

b) $\triangle EAB = \triangle ECD$.

c) OE là tia phân giác của xOy .

Phương pháp

a) Chứng minh $\triangle AOD = \triangle COB$ (c.g.c)

Suy ra $AD = BC$ (cạnh tương ứng)

b) Chứng minh $CD = AB$

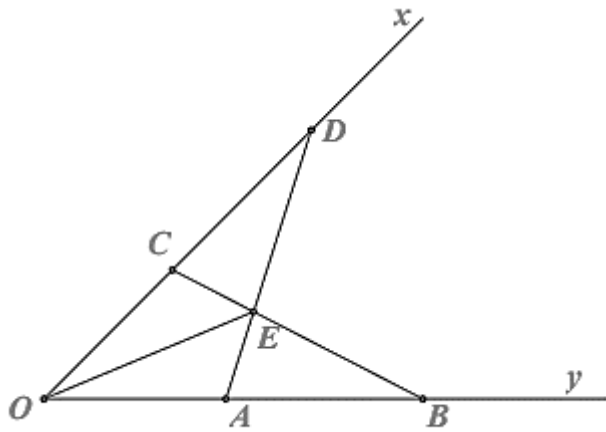
Chứng minh $DCE = BAE$

Suy ra $\triangle EAB = \triangle ECD$ (g.c.g)

c) Chứng minh $\triangle OED = \triangle OEB$ (c.c.c)

suy ra $DOE = BOE$ (góc tương ứng) nên OE là tia phân giác của góc xOy .

Lời giải



a) Xét $\triangle AOD$ và $\triangle COB$ có

$$OA = OC \text{ (gt)}$$

O chung

$$OD = OB \text{ (gt)}$$

Do đó $\triangle AOD = \triangle COB$ (c.g.c)

Suy ra $AD = BC$ (cạnh tương ứng)

b) Ta có: $OD = OB$ (gt)

$$OC = OA \text{ (gt)}$$

suy ra $OD - OC = OB - OA$ hay $CD = AB$

$$\angle DCE + \angle OCB = 180^\circ \text{ (kề bù)}, \text{ tương tự } \angle BAE + \angle OAD = 180^\circ$$

Mà $\angle OCB = \angle OAD$ (do $\triangle AOD = \triangle COB$) suy ra $\angle DCE = \angle BAE$

Xét $\triangle EAB$ và $\triangle ECD$ có:

$$\angle B = \angle D \text{ (do } \triangle AOD = \triangle COB)$$

$$AB = CD \text{ (cmt)}$$

$$\angle DCE = \angle BAE \text{ (cmt)}$$

Do đó: $\triangle EAB = \triangle ECD$ (g.c.g)

c) Xét $\triangle OED$ và $\triangle OEB$ có

OE cạnh chung

$$ED = EB \text{ (do } \triangle EAB = \triangle ECD)$$

$$OD = OB \text{ (gt)}$$

Do đó $\triangle OED = \triangle OEB$ (c.c.c)

suy ra $\angle DOE = \angle BOE$ (góc tương ứng)

Do đó OE là tia phân giác của góc xOy .

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Vẽ BD và CE lần lượt vuông góc với AC và AB . Gọi I là giao điểm của BD và CE .

a) Chứng minh $\triangle AEI = \triangle ADI$.

b) Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh ba điểm A, I, M thẳng hàng.

Phương pháp

a) Chứng minh $\triangle AEC = \triangle ADB$ (ch – gn)

suy ra $AE = AD$ (hai cạnh tương ứng)

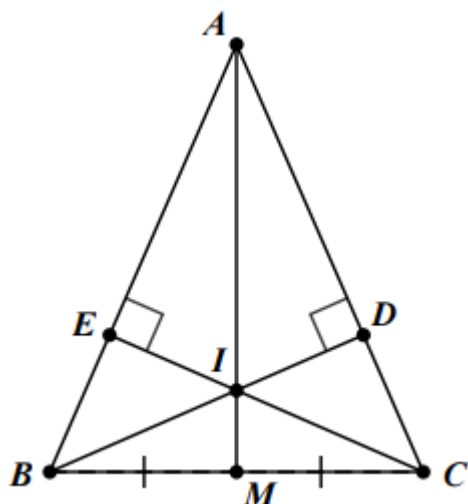
Từ đó chứng minh $\triangle AEI = \triangle ADI$ (ch – cv)

b) Chứng minh $\triangle AMB = \triangle AMC$ (c.c.c) nên AM là tia phân giác của $\angle BAC$.

Từ $\triangle AEI = \triangle ADI$ suy ra AI là tia phân giác của $\angle BAC$.

Suy ra A, M, I thẳng hàng.

Lời giải



a) Xét $\triangle AEC$ và $\triangle ADB$ có:

A chung

$AC = AB$ (gt)

$\angle AEC = \angle ADB (= 90^\circ)$ (gt)

Do đó $\triangle AEC = \triangle ADB$ (ch – gn)

suy ra $AE = AD$ (hai cạnh tương ứng)

Xét $\triangle AEI$ và $\triangle ADI$ có:

$\angle AEI = \angle ADI (= 90^\circ)$ (gt)

AI là cạnh chung

$AE = AD$ (cmt)

Suy ra $\triangle AEI = \triangle ADI$ (ch – cgv)

b) Xét $\triangle AMB$ và $\triangle AMC$ có:

AM là cạnh chung

$AB = AC$ (gt)

$MB = MC$ (M là trung điểm của BC)

Do đó $\triangle AMB = \triangle AMC$ (c.c.c)

Suy ra $\angle BAM = \angle CAM$ (hai góc tương ứng), suy ra AM là tia phân giác của $\angle BAC$.

Lại có $\triangle AEI = \triangle ADI$ (cmt) nên $\angle EAI = \angle DAI$, suy ra AI là tia phân giác của $\angle BAC$.

Hai điểm M và I cùng thuộc tia phân giác của góc BAC nên A, M, I thẳng hàng.