

# ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG ĐẦU NĂM TRƯỜNG THCS – THPT NEWTON

NĂM HỌC 2025 – 2026

Môn: Toán - Lớp 9

SUÙ TẦM: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

## Bài 1 (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức:  $A = \frac{x+2}{x-3}$  và  $B = \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 + 2x} + \frac{6}{x+2}$  ( $x \neq -2; x \neq 0; x \neq 3$ )

a) Tính giá trị của biểu thức  $A$  tại  $x = -4$ ;

b) Chứng minh  $B = \frac{x+2}{x}$ ;

c) Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức  $\frac{A}{B}$  nhận giá trị nguyên.

### Phương pháp:

a) Thay  $x = -4$  (TMĐK) vào  $A$  để tính giá trị của  $A$ .

b) Thực hiện quy đồng mẫu để rút gọn  $B$ .

c) Tính  $\frac{A}{B}$ .

Tách  $\frac{A}{B}$  thành dạng  $\frac{A}{B} = h(x) + \frac{m}{g(x)}$  trong đó  $h(x)$  là một biểu thức nguyên khi  $x$  nguyên,  $m$  nguyên.

Biện luận  $\frac{A}{B}$  nguyên khi  $\frac{m}{g(x)}$  nguyên, suy ra  $g(x) \in U(m)$ .

Từ đó giải tìm  $x$ .

### Lời giải:

a) Thay  $x = -4$  (TMĐK) vào  $A$ , ta được:

$$A = \frac{-4+2}{-4-3} = \frac{-2}{-7} = \frac{2}{7}$$

Vậy  $A = \frac{2}{7}$  khi  $x = -4$ .

b) Ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 + 2x} + \frac{6}{x+2} \\ &= \frac{x^2 - 2x + 4}{x(x+2)} + \frac{6x}{x(x+2)} \\ &= \frac{x^2 + 4x + 4}{x(x+2)} \\ &= \frac{(x+2)^2}{x(x+2)} \\ &= \frac{x+2}{x} \end{aligned}$$

Vậy  $B = \frac{x+2}{x}$ .

c) Ta có:

$$\frac{A}{B} = \frac{x+2}{x-3} : \frac{x+2}{x} = \frac{x+2}{x-3} \cdot \frac{x}{x+2} = \frac{x}{x-3} = \frac{x-3+3}{x-3} = 1 + \frac{3}{x-3}$$

Để  $\frac{A}{B}$  nhận giá trị nguyên thì  $\frac{3}{x-3}$  nguyên hay  $3 \mid (x-3)$ , suy ra  $(x-3) \in U(3) = \{-3; -1; 1; 3\}$ .

Ta có bảng giá trị sau:

|       |          |        |        |        |
|-------|----------|--------|--------|--------|
| $x-3$ | -3       | -1     | 1      | 3      |
| $x$   | 0 (Loại) | 2 (TM) | 4 (TM) | 6 (TM) |

Vậy  $x \in \{2; 4; 6\}$  thì biểu thức  $\frac{A}{B}$  nhận giá trị nguyên.

**Bài 2 (2,0 điểm).** Giải các bài toán sau bằng cách lập phương trình

1) Lúc 7 giờ sáng, một xe máy xuất phát từ bến xe Mỹ Đình – Hà Nội đến bến xe Sơn La – Sơn La. Sau đó 1 giờ, một ô tô cũng xuất phát từ bến xe Mỹ Đình – Hà Nội đến bến xe Sơn La – Sơn La trên cùng một tuyến đường với xe máy. Biết ô tô đi được 4 giờ thì đuổi kịp xe máy. Tính vận tốc của xe máy và vận tốc của ô tô. Biết vận tốc ô tô hơn vận tốc xe máy là  $10 \text{ km/h}$ .

2) Để mở rộng kinh doanh, một cửa hàng đã vay 600 triệu đồng, kì hạn 12 tháng từ hai ngân hàng A và B với lãi suất lần lượt là  $8\%/năm$  và  $9\%/năm$ . Tổng số tiền lãi một năm phải trả cho cả hai ngân hàng là 50 triệu đồng. Tính số tiền cửa hàng đã vay từ mỗi ngân hàng.

**Phương pháp:**

1) Gọi vận tốc xe máy là  $x (\text{km/h})$ ,  $x > 0$ .

Biểu diễn vận tốc của ô tô theo  $x$ .

Từ đó biểu diễn quãng đường xe máy, quãng đường ô tô đi được.

Vì ô tô và xe máy đi cùng một tuyến đường nên tại thời điểm ô tô đuổi kịp xe máy thì quãng đường ô tô và xe máy đi được là bằng nhau nên ta lập được phương trình.

Giải phương trình.

Kiểm tra điều kiện và kết luận.

2) Gọi số tiền cửa hàng vay từ ngân hàng A và B lần lượt là  $x$  và  $y$  (triệu đồng,  $0 < x, y < 600$ )

Vì tổng số tiền cửa hàng đã vay là 600 triệu nên ta lập được phương trình thứ nhất.

Vì lãi suất của ngân hàng A và B lần lượt là 8%/năm và 9%/năm và tổng số tiền lãi một năm phải trả là 50 triệu đồng nên ta lập được phương trình thứ hai.

Từ đó ta có hệ phương trình.

Giải hệ phương trình.

Kiểm tra điều kiện và kết luận.

**Lời giải:**

1) Gọi vận tốc xe máy là  $x(km/h)$ ,  $x > 0$ .

Vì vận tốc ô tô hơn vận tốc xe máy là 10km/h nên vận tốc của ô tô là:  $x + 10(km/h)$ .

Vì xe máy đi trước ô tô 1 giờ nên tổng thời gian xe máy đi đến khi ô tô đuổi kịp xe máy là  $1 + 4 = 5$  (giờ), khi đó quãng đường xe máy đi được là  $5x(km)$ .

Vì ô tô đi được 4 giờ thì đuổi kịp xe máy nên quãng đường ô tô đi là:  $4(x + 10)(km)$ .

Vì ô tô và xe máy đi cùng một tuyến đường nên tại thời điểm ô tô đuổi kịp xe máy thì quãng đường ô tô và xe máy đi được là bằng nhau nên ta có phương trình:

$$5x = 4(x + 10)$$

$$5x - 4x = 40$$

$$x = 40(TM)$$

Suy ra vận tốc ô tô là:  $40 + 10 = 50(km/h)$

Vậy vận tốc của xe máy là 40km/h, vận tốc của ô tô là 50km/h.

2) Gọi số tiền cửa hàng vay từ ngân hàng A và B lần lượt là  $x$  và  $y$  (triệu đồng,  $0 < x, y < 600$ )

Vì tổng số tiền cửa hàng đã vay là 600 triệu đồng nên ta có phương trình  $x + y = 600$  (1)

Vì lãi suất của ngân hàng A và B lần lượt là 8%/năm và 9%/năm và tổng số tiền lãi một năm phải trả là 50 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$8\%x + 9\%y = 50 \text{ hay } 0,08x + 0,09y = 50 \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x + y = 600 \\ 0,08x + 0,09y = 50 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình ta được: } \begin{cases} x = 400 \\ y = 200 \end{cases} (TM)$$

Vậy số tiền cửa hàng đã vay từ ngân hàng A và B lần lượt là 400 triệu và 200 triệu.

**Bài 3 (2,0 điểm).** Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 4y = 2 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{1}{|x|} + y = 2 \\ \frac{2}{|x|} + 3y = 5 \end{cases} \end{array}$$

**Phương pháp:**

a) Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số.

b) Đặt ẩn phụ  $\frac{1}{|x|} = t$ , đưa hệ phương trình về hệ hai phương trình bậc nhất ẩn  $t, y$ .

Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế để tìm  $t, y$ .

Thay lại  $t$  vào  $\frac{1}{|x|} = t$  để tính  $x$ .

**Lời giải:**

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x - 12y = 28 \\ 9x + 12y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 17x = 34 \\ 3x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{2 - 3x}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $(x; y) = (2; -1)$ .

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{|x|} + y = 2 \\ \frac{2}{|x|} + 3y = 5 \end{cases}$$

Đặt  $\frac{1}{|x|} = t$ , hệ phương trình trở thành:  $\begin{cases} t + y = 2 \\ 2t + 3y = 5 \end{cases}$ .

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} t = 2 - y \\ 2(2 - y) + 3y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = 2 - y \\ 4 - 2y + 3y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = 2 - y \\ y = 1 \end{cases}$$

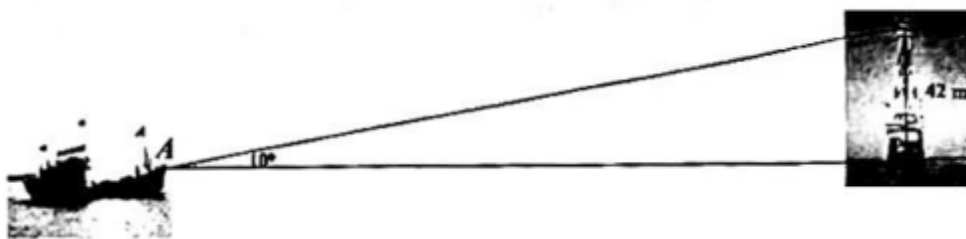
$$\begin{cases} t = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Thay  $t$ , ta được  $\frac{1}{|x|} = 1$ , suy ra  $|x| = 1$  nên  $x = \pm 1$ .

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $(x, y) \in \{(1; 1), (-1; 1)\}$

#### Bài 4 (4,0 điểm).

1) Một con tàu đang gặp sự cố trên biển, chủ tàu phát hiện ra một ngọn hải đăng ở gần và dùng giác kế đo được góc giữa tia nắng chiếu từ đỉnh ngọn hải đăng với phương nằm ngang là  $10^\circ$ . Biết ngọn hải đăng cao  $42m$  tính từ mặt nước biển (Hình vẽ).



a) Tính khoảng cách từ tàu đến ngọn hải đăng;

b) Biết rằng tàu cứu hộ có vận tốc là  $10km/h$ . Hỏi tàu cứu hộ mất bao nhiêu phút để đi từ ngọn hải đăng đến chỗ tàu gặp nạn.

(Làm tròn các kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

2) Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có đường cao  $AH$ .

a) Chứng minh rằng  $AB^2 = BH \cdot BC$ .

b) Giả sử  $AB = 3cm$ ,  $BC = 5cm$ . Giải tam giác vuông  $ABH$  (kết quả số đo góc làm tròn đến phút).

c) Gọi  $M, N$  lần lượt là hình chiếu của  $H$  trên  $AB, AC$ . Chứng minh  $\triangle AMN$  đồng dạng với  $\triangle ACB$  và

$$S_{\triangle ABC} = \frac{S_{\triangle AMN}}{\cos^2 B \cos^2 C}.$$

#### Phương pháp:

1)

a) Xác định tỉ số lượng giác tương ứng liên quan đến  $10^\circ$  và  $42m$  để tính khoảng cách từ tàu đến ngọn hải đăng là đoạn thẳng  $AB$ .

b) Xác định thời gian đi = quãng đường : vận tốc.

Lưu ý đổi về cùng đơn vị.

2)

a) **Chứng minh rằng**  $AB^2 = BH.BC$ .

Chứng minh  $\triangle ABC \sim \triangle HBA$  (g.g), suy ra  $AB^2 = BH.BC$ .

b) **Giải tam giác vuông ABH (kết quả số đo góc làm tròn đến phút).**

Từ  $AB^2 = BH.BC$  (cmt), tính BH.

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác ABH để tính AH.

Áp dụng tỉ số lượng giác trong tam giác ABH, tính góc B.

Từ đó suy ra số đo góc BAH.

$$\sin B = \frac{AH}{AB} = \frac{12}{5} : 3 = \frac{4}{5} \text{ nên } B \approx 53^\circ 8'.$$

c) \* **Chứng minh**  $\triangle AMN \sim \triangle ACB$

Gọi I là giao điểm của MN và AH.

Chứng minh tứ giác AMHN là hình chữ nhật suy ra MN và AH cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường, nên  $\triangle MIA$  cân tại I, suy ra hai góc ở đáy bằng nhau.

Từ đó chứng minh  $\triangle AMN \sim \triangle ACB$  (g.g)

$$\text{* Chứng minh } S_{\triangle ABC} = \frac{S_{\triangle HMN}}{\cos^2 B \cos^2 C}$$

Dựa vào đặc điểm của hình chữ nhật và tính chất hai đường thẳng song song suy ra các cặp góc đồng vị bằng nhau,

Chứng minh  $\triangle AMN = \triangle HNM$ , dẫn đến  $\triangle HMN \sim \triangle ABC$ .

$$\text{Suy ra } \frac{S_{\triangle HMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{HM.HN}{AB.AC}$$

Nhân cả tử và mẫu với BH.HC, từ đó biến đổi về tỉ số lượng giác cosin của góc B, C để chứng minh

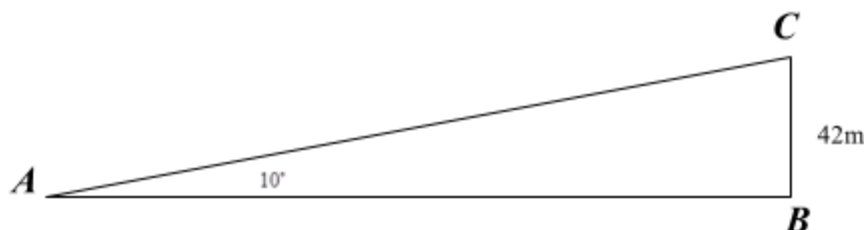
$$\frac{S_{\triangle HMN}}{S_{\triangle ABC}} = \cos^2 B . \cos^2 C$$

$$\text{Do đó } S_{\triangle ABC} = \frac{S_{\triangle HMN}}{\cos^2 B . \cos^2 C}.$$

**Lời giải:**

1)

a)



Gọi các điểm như hình vẽ.



Khi đó  $BAC = 10^\circ$ ,  $BC = 42m$ . Khoảng cách từ tàu đến ngọn hải đăng là đoạn thẳng AB.

Áp dụng tỉ số lượng giác vào tam giác ABC vuông tại B, ta có:

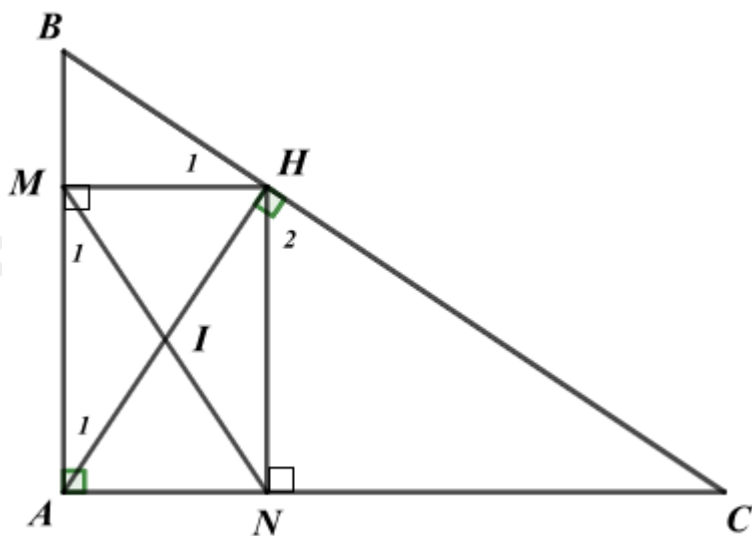
$$\tan CAB = \frac{BC}{AB} \text{ suy ra } AB = \frac{BC}{\tan CAB} = \frac{42}{\tan 10^\circ} \approx 238,2(m)$$

Vậy khoảng cách từ tàu đến ngọn hải đăng khoảng 238,2m.

b) Vì khoảng cách từ ngọn hải đăng đến chỗ tàu gặp nạn khoảng  $238,2m = 0,2382km$  nên thời gian để tàu cứu hộ đi từ ngọn hải đăng đến chỗ tàu gặp nạn là:

$$0,2382 : 10 = 0,2382 (h) = 1,4292 (h) \approx 1,4 \text{ (phút)}.$$

2)



**a) Chứng minh rằng  $AB^2 = BH.BC$ .**

Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle HBA$  có:

$$BAC = BHA (= 90^\circ)$$

B chung

Do đó  $\triangle ABC \sim \triangle HBA (g.g)$ , suy ra  $\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB}$  nên  $AB^2 = BH.BC$ .

**b) Giả sử  $AB = 3cm$ ,  $BC = 5cm$ . Giải tam giác vuông ABH (kết quả số đo góc làm tròn đến phút).**

$$\text{Vì } AB^2 = BH.BC \text{ (cmt) nên } BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5} (cm).$$

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác ABH, ta có:

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 3^2 - \left(\frac{9}{5}\right)^2 = \frac{144}{25}, \text{ suy ra } AH = \sqrt{\frac{144}{25}} = \frac{12}{5} (cm).$$

Áp dụng tỉ số lượng giác trong tam giác ABH, ta có:

$$\sin B = \frac{AH}{AB} = \frac{12}{5} : 3 = \frac{4}{5} \text{ nên } B \approx 53^\circ 8'.$$

$$\text{Suy ra } BAH = 90^\circ - 53^\circ 8' = 36^\circ 52'.$$

$$\text{Vậy } AH = \frac{12}{5} cm, BH = \frac{9}{5} cm, AB = 3cm, AHB = 90^\circ, ABH = 53^\circ 8', BAH = 36^\circ 52',$$

c) Gọi  $M, N$  lần lượt là hình chiếu của  $H$  trên  $AB, AC$ . Chứng minh  $\triangle AMN$  đồng dạng với  $\triangle ACB$  và

$$S_{\triangle ABC} = \frac{S_{\triangle AMN}}{\cos^2 B \cos^2 C}.$$

\* **Chứng minh**  $\triangle AMN \sim \triangle ACB$

Gọi  $I$  là giao điểm của  $MN$  và  $AH$ .

Xét tứ giác  $AMHN$  có:

$$\angle MAN = 90^\circ \text{ (gt)}$$

$$\angle AMH = \angle ANH \text{ (do } M, N \text{ lần lượt là hình chiếu của } H \text{ trên } AB, AC)$$

nên tứ giác  $AMHN$  là hình chữ nhật.

Suy ra  $MN$  và  $AH$  cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường, do đó  $MI = IH = IN = IA$ , suy ra  $\triangle MIA$  cân tại  $I$ , suy ra  $\angle M_1 = \angle A_1$  (tính chất tam giác cân).

$$\text{Mà } \angle A_1 + \angle B = 90^\circ, \angle B + \angle C = 90^\circ \text{ nên } \angle A_1 = \angle C, \text{ suy ra } \angle M_1 = \angle C$$

Xét  $\triangle AMN$  và  $\triangle ACB$  có:

$\angle BAC$  chung

$$\angle M_1 = \angle C$$

Do đó  $\triangle AMN \sim \triangle ACB$  (g.g)

$$\text{* Chứng minh } S_{\triangle ABC} = \frac{S_{\triangle AMN}}{\cos^2 B \cos^2 C}$$

Vì  $AMHN$  là hình chữ nhật nên  $MH \parallel AC$  và  $NH \parallel AB$ , suy ra  $\angle H_1 = \angle C, \angle H_2 = \angle B$

Xét  $\triangle AMN$  và  $\triangle HNM$  có:

$$\angle AMN = \angle HNM \text{ (vì } AMHN \text{ là hình chữ nhật)}$$

$$\angle MAB = \angle NHM (= 90^\circ)$$

$$\angle ANM = \angle HNM \text{ (vì } AMHN \text{ là hình chữ nhật)}$$

nên  $\triangle AMN = \triangle HNM$ .

Mà  $\triangle AMN \sim \triangle ACB$ , suy ra  $\triangle HNM \sim \triangle ABC$ .

$$\text{Suy ra } \frac{S_{\triangle HNM}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{HM \cdot HN}{AB \cdot AC}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{HM \cdot BH \cdot HN \cdot HC}{BH \cdot AB \cdot HC \cdot AC} \\
 &= \frac{HM}{BH} \cdot \frac{BH}{AB} \cdot \frac{HN}{HC} \cdot \frac{HC}{AC} \\
 &= \cos H_1 \cdot \cos B \cdot \cos H_2 \cdot \cos C \\
 &= \cos C \cdot \cos B \cdot \cos B \cdot \cos C \\
 &= \cos^2 B \cdot \cos^2 C
 \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } S_{\triangle ABC} = \frac{S_{\triangle MHN}}{\cos^2 B \cdot \cos^2 C}.$$

### Bài 5 (0,5 điểm).

Bác An cắt một sợi dây thép dài 30cm thành hai đoạn. Mỗi đoạn được uốn thành một hình vuông. Bác An căng vải trên hai khung đó. Hỏi cần cắt đoạn dây như thế nào để tổng diện tích phần vải căng đạt giá trị nhỏ nhất (coi mép vải thừa không đáng kể).

#### Phương pháp:

Giả sử sợi dây thép AC = 30cm được cắt thành hai đoạn AB và BC như hình vẽ.

Gọi cạnh của hình vuông uốn được từ đoạn AB là  $x$  (cm), ( $0 < x < 30$ ).

Khi đó biểu diễn được độ dài đoạn AB theo công thức tính diện tích hình vuông.

Suy ra độ dài đoạn BC và độ dài cạnh của hình vuông uốn được từ đoạn BC.

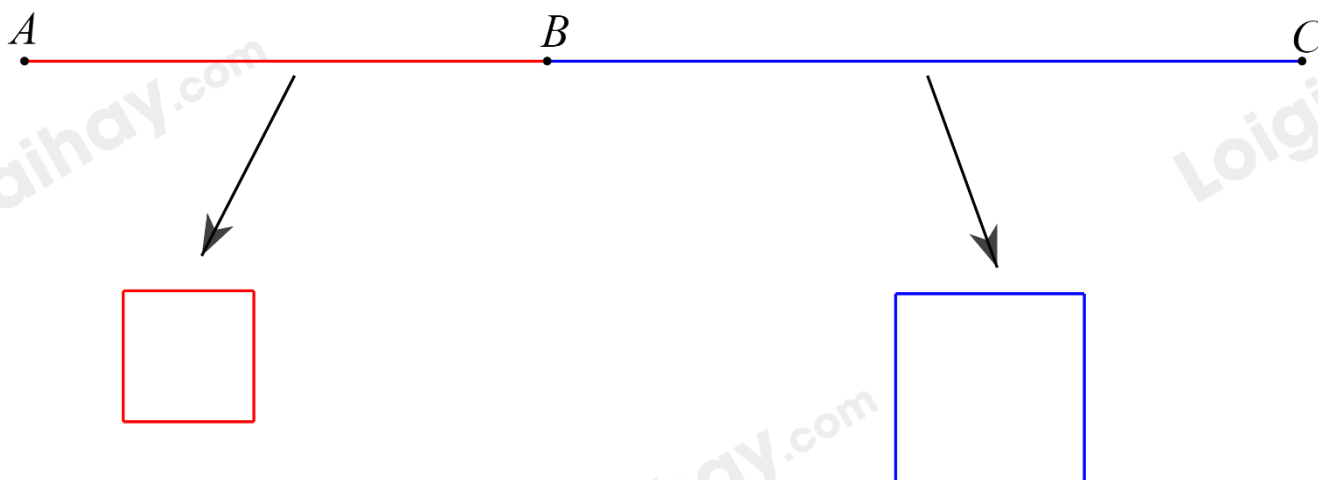
Suy ra tổng diện tích hai hình vuông.

Biến đổi biểu thức bằng cách sử dụng hằng đẳng thức cộng 1 số để xuất hiện giá trị nhỏ nhất của biểu thức.

Dấu “=” xảy ra là giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích hai hình vuông, ta tính được  $x$ .

Suy ra độ dài đoạn AB, BC và xác định được vị trí cắt thoả mãn.

#### Lời giải:



Giả sử sợi dây thép AC = 30cm được cắt thành hai đoạn AB và BC như hình vẽ.

Gọi cạnh của hình vuông uốn được từ đoạn AB là  $x$  (cm), ( $0 < x < 30$ ).

Khi đó độ dài đoạn AB là  $4x$  (m).

Độ dài đoạn BC là:  $30 - 4x$  (m).

Suy ra độ dài cạnh hình vuông được uốn bởi đoạn BC là:  $\frac{30 - 4x}{4} = \frac{15}{2} - x$  (m).

Tổng diện tích hai hình vuông lúc này là:  $x^2 + \left(\frac{15}{2} - x\right)^2$  ( $m^2$ ).

Ta có:

$$\begin{aligned} x^2 + \left(\frac{15}{2} - x\right)^2 &= x^2 + \frac{225}{4} - 15x + x^2 \\ &= 2x^2 - 15x + \frac{225}{4} \\ &= 2\left(x^2 - \frac{15}{2}x + \frac{225}{16}\right) + \frac{225}{8} \\ &= 2\left(x - \frac{15}{4}\right)^2 + \frac{225}{8} \geq \frac{225}{8} \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra là giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích hai hình vuông.

Khi đó  $x - \frac{15}{4} = 0$ , suy ra  $x = \frac{15}{4}$

Khi đó độ dài đoạn thẳng AB =  $\frac{15}{4} \cdot 4 = 15$  (cm) và độ dài BC =  $30 - 15 = 15$  (cm) hay B là trung điểm của AC.

Vậy để tổng diện tích hai hình vuông đạt giá trị nhỏ nhất thì ta chia đoạn dây thép thành hai phần bằng nhau và bằng 15cm.