

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II – Đề số 5

Môn: Toán - Lớp 8

Bộ sách Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức về Phân thức đại số, Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác, Định lí Pythagore của chương trình sách giáo khoa Toán 8 – Kết nối tri thức.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức về Phân thức đại số, Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác, Định lí Pythagore – chương trình Toán 8.

Phần trắc nghiệm (2 điểm)

Câu 1: Phân thức $\frac{2}{x-3}$ không có nghĩa khi:

- A. $x = 3$.
- B. $x > 3$.
- C. $x < 3$.
- D. $x \neq 3$.

Câu 2: Cho $\frac{(x+y)^2}{x-y} = \frac{P}{x^2-y^2}$. Đa thức P là:

- A. $P = x^3 - y^3$.
- B. $P = (x-y)^3$.
- C. $P = (x+y)^3$.
- D. $P = x^3 + y^3$.

Câu 3: Rút gọn phân thức $\frac{x^3 - 2x^2}{2x^2 - 4x}$ ta được

- A. $\frac{-x^2}{2}$.
- B. $\frac{2}{x}$.

C. $\frac{x}{2}$.

D. $\frac{x^2 - 2x}{2x - 4}$.

Câu 4: Thương của hai phân thức $\frac{2x}{x-3}$ và $\frac{4x^2}{3-x}$ là:

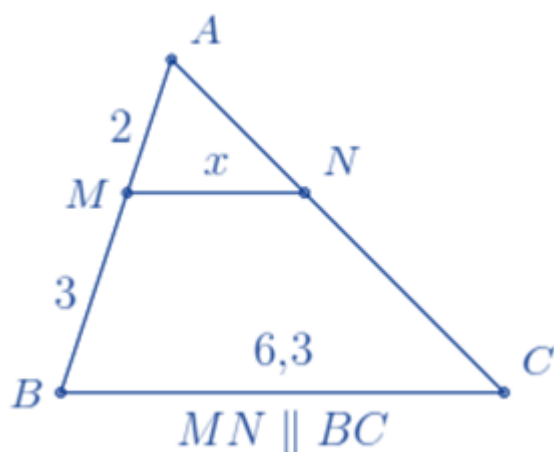
A. $\frac{1}{2x}$.

B. $\frac{-1}{2x}$.

C. $\frac{3-x}{2(x-3)}$.

D. $\frac{8x^3}{(x-3)^2}$.

Câu 5: Cho hình vẽ sau, giá trị của x là:



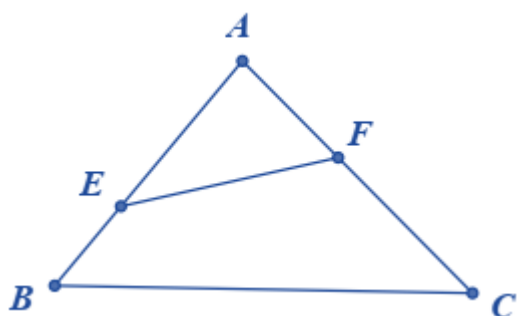
A. 2,52.

B. 4,20.

C. 3,78.

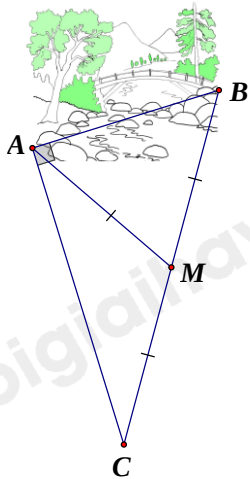
D. 9,45.

Câu 6: Cho ABC có AB = 24cm, AC = 30cm, BC = 36cm . Trên cạnh AB lấy E sao cho AE = 20cm . Trên cạnh AC lấy F sao cho AF = 16cm. Độ dài cạnh EF là



- A. 18cm.
- B. 20cm.
- C. 24cm.
- D. 30cm.

Câu 7: Ông An có một khu vườn, trong đó có miếng đất dạng hình tam giác vuông ABC như hình vẽ bên. Biết M là trung điểm của BC; $AC = 40\text{m}$; $AM = 25\text{m}$. Ông muốn trang trí lại khu vườn của mình nên cần biết khoảng cách từ A đến B. Em hãy giúp ông tính khoảng cách từ A đến B.



- A. 25m.
- B. 35m.
- C. 30m.
- D. 40m.

Câu 8: Cho $\triangle ABC \sim \triangle HIK$, biết $A = 80^\circ$, $B = 25^\circ$. Khi đó số đo K bằng

- A. 85° .
- B. 50° .
- C. 75° .
- D. 70° .

Phần tự luận (8 điểm)

Bài 1. (2 điểm)

1. Một vườn cây có $x^2 + 2x - y^2 - 2y$ cây, trong đó có $x^2 - y^2$ cây lấy gỗ còn lại là cây ăn quả.

- a) Viết phân thức biểu thị tỉ số cây lấy gỗ và số cây ăn quả.
- b) Tính giá trị của phân thức đó tại $x = 100$; $y = 10$.

2. Thực hiện phép tính:

a) $\frac{1-3x}{2x} + \frac{3x-2}{2x-1} + \frac{3x-2}{2x-4x^2}$

b) $\frac{x^2 + x}{5x^2 - 10x + 5} : \frac{3x + 3}{5x - 5}$

Bài 2. (2,5 điểm) Cho các biểu thức $P = \frac{1}{x+5} + \frac{2}{x-5} - \frac{2x+10}{(x+5)(x-5)}$; $Q = \frac{x-4}{x^2-25}$ với $x \neq \pm 5$.

a) Tính giá trị Q với $x = 6$.

b) Rút gọn biểu thức P.

c) Đặt $A = \frac{P}{Q}$. Tìm các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 3. (0,5 điểm) Cho hình vẽ bên. Tính chiều dài của cánh buồm?

(Làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 4. (2,5 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Đường cao AF, BE cắt nhau tại H. Từ A kẻ tia Ax vuông góc với AC, từ B kẻ tia By vuông góc với BC. Tia Ax và By cắt nhau tại K.

- Tứ giác AHBK là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh $\Delta HAE \sim \Delta HBF$.
- Chứng minh $CE.CA = CF.CB$.
- ΔABC cần thêm điều kiện gì để tứ giác AHBK là hình thoi.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5. (0,5 điểm) Cho a, b, c và x, y, z là các số khác nhau và khác 0. Chứng minh rằng:

$$\text{Nếu } \frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0 \text{ và } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \text{ thì } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

.....

.....

.....

.....

.....

----- Hết -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

Câu 1: A	Câu 2: C	Câu 3: C	Câu 4: B
Câu 5: A	Câu 6: C	Câu 7: C	Câu 8: C

Câu 1: Phân thức $\frac{2}{x-3}$ không có nghĩa khi:

A. $x = 3$.

B. $x > 3$.

C. $x < 3$.

D. $x \neq 3$.

Phương pháp

Phân thức $\frac{A}{B}$ có nghĩa khi $B \neq 0$ nên phân thức $\frac{A}{B}$ không có nghĩa khi $B = 0$.

Lời giải

Phân thức $\frac{2}{x-3}$ có nghĩa khi $x-3=0$ hay $x=3$.

Đáp án A.

Câu 2: Cho $\frac{(x+y)^2}{x-y} = \frac{P}{x^2-y^2}$. Đa thức P là:

A. $P = x^3 - y^3$.

B. $P = (x-y)^3$.

C. $P = (x+y)^3$.

D. $P = x^3 + y^3$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về hai phân thức bằng nhau.

Lời giải

Ta có: $\frac{(x+y)^2}{x-y} = \frac{P}{x^2-y^2}$

$$\Rightarrow (x+y)^2 \cdot (x^2-y^2) = P \cdot (x-y)$$

$$(x+y)^2 \cdot (x+y)(x-y) = P \cdot (x-y)$$

$$(x+y)^3 (x-y) = P(x-y)$$

$$\Rightarrow P = (x+y)^3$$

Đáp án C.

Câu 3: Rút gọn phân thức $\frac{x^3 - 2x^2}{2x^2 - 4x}$ ta được

A. $\frac{-x^2}{2}$.

B. $\frac{2}{x}$.

C. $\frac{x}{2}$.

D. $\frac{x^2 - 2x}{2x - 4}$.

Phương pháp

Thực hiện rút gọn phân thức theo 2 bước:

+ *Bước 1:* Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần).

+ *Bước 2:* Tìm nhân tử chung của tử và mẫu rồi chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung đó.

Lời giải

Ta có: $\frac{x^3 - 2x^2}{2x^2 - 4x} = \frac{x^2(x - 2)}{2x(x - 2)} = \frac{x}{2}$.

Đáp án C.

Câu 4: Thương của hai phân thức $\frac{2x}{x - 3}$ và $\frac{4x^2}{3 - x}$ là:

A. $\frac{1}{2x}$.

B. $\frac{-1}{2x}$.

C. $\frac{3 - x}{2(x - 3)}$.

D. $\frac{8x^3}{(x - 3)^2}$.

Phương pháp

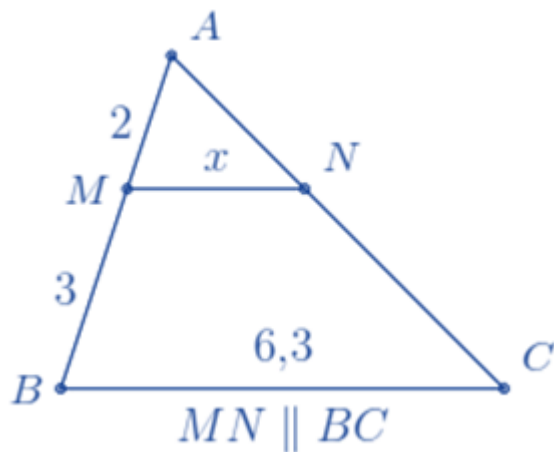
Sử dụng quy tắc chia hai phân thức.

Lời giải

Ta có: $\frac{2x}{x - 3} : \frac{4x^2}{3 - x} = \frac{2x}{x - 3} \cdot \frac{3 - x}{4x^2} = \frac{2x}{x - 3} \cdot \frac{-(x - 3)}{4x^2} = \frac{-2x}{4x^2} = \frac{-1}{2x}$.

Đáp án B.

Câu 5: Cho hình vẽ sau, giá trị của x là:



A. 2,52.

B. 4,20.

C. 3,78.

D. 9,45.

Phương pháp

Dựa vào định lý hai tam giác đồng dạng.

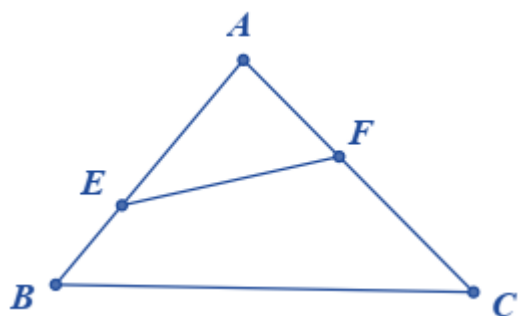
Lời giải

Ta có: $MN \parallel BC$ nên $\triangle AMN \sim \triangle ABC$ (định lý hai tam giác đồng dạng)

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{2}{2+3} = \frac{x}{6,3} \Rightarrow x = 6,3 \cdot \frac{2}{5} = 2,52.$$

Đáp án A.

Câu 6: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 24\text{cm}$, $AC = 30\text{cm}$, $BC = 36\text{cm}$. Trên cạnh AB lấy E sao cho $AE = 20\text{cm}$. Trên cạnh AC lấy F sao cho $AF = 16\text{cm}$. Độ dài cạnh EF là



A. 18cm.

B. 20cm.

C. 24cm.

D. 30cm.

Phương pháp

Chứng minh $\triangle AEF \sim \triangle ACB$ suy ra tỉ số đồng dạng.

Lời giải

Xét $\triangle AEF$ và $\triangle ACB$ có:

A chung

$$\frac{AE}{AF} = \frac{AC}{AB} \left(\frac{20}{16} = \frac{30}{24} = \frac{5}{4} \right)$$

$$\Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ACB \text{ (c.g.c)}$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

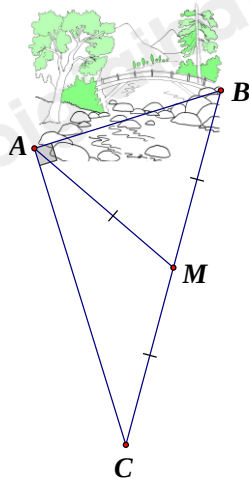
$$\frac{20}{30} = \frac{EF}{36}$$

$$\Rightarrow EF = 36 \cdot \frac{20}{30} = 24$$

Đáp án C.

Câu 7: Ông An có một khu vườn, trong đó có miếng đất dạng hình tam giác vuông ABC như hình vẽ bên.

Biết M là trung điểm của BC; AC = 40m; AM = 25m. Ông muốn trang trí lại khu vườn của mình nên cần biết khoảng cách từ A đến B. Em hãy giúp ông tính khoảng cách từ A đến B.



A. 25m.

B. 35m.

C. 30m.

D. 40m.

Phương pháp

Sử dụng tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác để tính BC, định lý Pythagore để tính AB.

Lời giải

Vì tam giác ABC vuông tại A và M là trung điểm của BC nên AM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác ABC.

$$\Rightarrow AM = \frac{1}{2} BC \Rightarrow BC = 2AM = 2 \cdot 25 = 50 \text{ (m)}$$

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác vuông ABC, ta có:

$$AB^2 = BC^2 - AC^2 = 50^2 - 40^2 = 30^2$$

$$\Rightarrow AB = 30 \text{ (m)}$$

Đáp án C.

Câu 8: Cho $\triangle ABC \sim \triangle HIK$, biết $A = 80^\circ, B = 25^\circ$. Khi đó số đo K bằng

A. 85° .

B. 50° .

C. 75° .

D. 70° .

Phương pháp

Sử dụng đặc điểm của hai tam giác đồng dạng.

Lời giải

Vì $\triangle ABC \sim \triangle HIK$ nên $A = H; B = \hat{I}; C = K$

$$\Rightarrow C = K = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 80^\circ - 25^\circ = 75^\circ.$$

Đáp án C.

Phần tự luận.

Bài 1. (2 điểm)

1. Một vườn cây có $x^2 + 2x - y^2 - 2y$ cây, trong đó có $x^2 - y^2$ cây lấy gỗ còn lại là cây ăn quả.

a) Viết phân thức biểu thị tỉ số cây lấy gỗ và số cây ăn quả.

b) Tính giá trị của phân thức đó tại $x = 100; y = 10$.

2. Thực hiện phép tính:

a) $\frac{1-3x}{2x} + \frac{3x-2}{2x-1} + \frac{3x-2}{2x-4x^2}$

b) $\frac{x^2+x}{5x^2-10x+5} : \frac{3x+3}{5x-5}$

Phương pháp

1. Sử dụng quy tắc trừ đa thức để tính số cây ăn quả.

a) Viết phân thức có số cây lấy gỗ là tử và số cây ăn quả là mẫu.

b) Thay $x = 100$ và $y = 10$ vào phân thức để tính giá trị.

2. Sử dụng các quy tắc tính với phân thức để tính.

Lời giải

1. Số cây ăn quả là:

$$\begin{aligned} & x^2 + 2x - y^2 - 2y - (x^2 - y^2) \\ &= x^2 + 2x - y^2 - 2y - x^2 + y^2 \\ &= (x^2 - x^2) + (-y^2 + y^2) + 2x - 2y \\ &= 2x - 2y \end{aligned}$$

a) Phân thức biểu thị tỉ số cây lấy gỗ và số cây ăn quả là: $\frac{x^2 - y^2}{2x - 2y}$.

b) Ta có: $\frac{x^2 - y^2}{2x - 2y} = \frac{(x - y)(x + y)}{2(x - y)} = \frac{x + y}{2}$.

Thay $x = 100; y = 10$ vào phân thức ta được: $\frac{100 + 10}{2} = \frac{110}{2}$.

2.

$$a) \frac{1-3x}{2x} + \frac{3x-2}{2x-1} + \frac{3x-2}{2x-4x^2} \quad (\text{ĐK: } x \neq 0; x \neq \frac{1}{2})$$

$$= \frac{1-3x}{2x} + \frac{3x-2}{2x-1} + \frac{3x-2}{2x(1-2x)}$$

$$= \frac{(1-3x)(1-2x)}{2x(1-2x)} - \frac{2x(3x-2)}{2x(1-2x)} + \frac{3x-2}{2x(1-2x)}$$

$$= \frac{1-5x+6x^2-6x^2+4x+3x-2}{2x(1-2x)}$$

$$= \frac{2x-1}{2x(1-2x)}$$

$$= \frac{-1}{2x}$$

$$b) \frac{x^2+x}{5x^2-10x+5} : \frac{3x+3}{5x-5} \quad (\text{ĐK: } x \neq 1)$$

$$= \frac{x(x+1)}{5(x^2-2x+1)} \cdot \frac{5(x-1)}{3(x+1)}$$

$$= \frac{x(x+1) \cdot 5(x-1)}{5(x-1)^2 \cdot 3(x+1)}$$

$$= \frac{x}{3(x-1)}$$

Bài 2. (2,5 điểm) Cho các biểu thức $P = \frac{1}{x+5} + \frac{2}{x-5} - \frac{2x+10}{(x+5)(x-5)}$; $Q = \frac{x-4}{x^2-25}$ với $x \neq \pm 5$.

a) Tính giá trị Q với $x = 6$.

b) Rút gọn biểu thức P.

c) Đặt $A = \frac{P}{Q}$. Tìm các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Phương pháp

a) Kiểm tra điều kiện của x, nếu thỏa mãn thì thay giá trị của x vào Q để tính Q.

b) Sử dụng các quy tắc tính với phân thức để rút gọn P.

c) Tính $A = \frac{P}{Q}$. Để A nguyên thì tử thức chia hết cho mẫu thức.

Lời giải

a) Ta có $x = 6$ thỏa mãn điều kiện nên thay $x = 6$ vào Q, ta được:

$$Q = \frac{6-4}{6^2-25} = \frac{2}{11}$$

Vậy $Q = \frac{2}{11}$ với $x = 6$.

b) Ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{x+5} + \frac{2}{x-5} - \frac{2x+10}{(x+5)(x-5)} \\ &= \frac{1}{x+5} + \frac{2}{x-5} - \frac{2(x+5)}{(x+5)(x-5)} \\ &= \frac{1}{x+5} + \frac{2}{x-5} - \frac{2}{x-5} \\ &= \frac{1}{x+5} \end{aligned}$$

Vậy $P = \frac{1}{x+5}$.

c) Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{P}{Q} = \frac{1}{x+5} : \frac{x-4}{x^2-25} \\ &= \frac{1}{x+5} \cdot \frac{(x-5)(x+5)}{x-4} \\ &= \frac{x-5}{x-4} \\ A &= \frac{x-5}{x-4} = \frac{x-4-1}{x-4} = 1 - \frac{1}{x-4}. \end{aligned}$$

Để A nguyên thì $\frac{1}{x-4}$ là số nguyên hay $1 : (x-4) \Rightarrow (x-4) \in U(1); U(1) = \{\pm 1\}$.

Với $x-4 = 1 \Rightarrow x = 5$ (không thỏa mãn)

Với $x-4 = -1 \Rightarrow x = 3$ (thỏa mãn)

Vậy với $x = 3$ thì A nguyên.

Bài 3. (0,5 điểm) Cho hình vẽ bên. Tính chiều dài của cánh buồm?

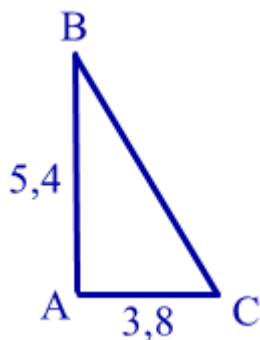
(Làm tròn đến hàng phần trăm).



Phương pháp

Áp dụng Định lý Pythagore để tính chiều dài của cánh buồm.

Lời giải



Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác ABC vuông tại A, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5,4^2 + 3,8^2 = 43,6$$

$$\Rightarrow BC = 6,60$$

Vậy chiều dài cánh buồm là 6,6.

Bài 4. (2,5 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Đường cao AF, BE cắt nhau tại H. Từ A kẻ tia Ax vuông góc với AC, từ B kẻ tia By vuông góc với BC. Tia Ax và By cắt nhau tại K.

- Tứ giác AHBK là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh $\triangle HAE \sim \triangle HBF$.
- Chứng minh $CE.CA = CF.CB$.
- $\triangle ABC$ cần thêm điều kiện gì để tứ giác AHBK là hình thoi.

Phương pháp

- Chứng minh AHBK có hai cặp cạnh đối song song nên là hình bình hành.
- Chứng minh $\triangle HAE \sim \triangle HBF$ theo trường hợp góc – góc.
- Chứng minh $\triangle AFC \sim \triangle BEC$ (g.g) để chứng minh $CE.CA = CF.CB$.
- Gọi D là giao điểm KH và AB

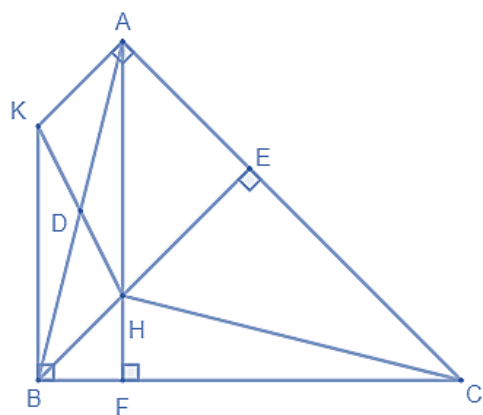
Để tứ giác AHBK là hình thoi thì KH vuông góc AB

Ta có: H là trực tâm $\Rightarrow CH$ vuông góc AB

$\Rightarrow C, H, D$ thẳng hàng $\Rightarrow CD$ là đường cao và D là trung điểm của AB $\Rightarrow CD$ cũng là đường trung tuyến

$\Rightarrow$ Tam giác ABC cân tại C

Lời giải



a) Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} AK \perp AC \\ BE \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow AK \parallel BE$$

$$\left. \begin{array}{l} BK \perp BC \\ AF \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow BK // AF$$

Xét tứ giác AHBK có:

$$AK // BH (H \in BE)$$

$$AB // AH (H \in AF)$$

$\Rightarrow$ AHBK là hình bình hành.

b) Xét $\triangle HAE$ và $\triangle HBF$ có:

$$E = F (= 90^\circ)$$

$$\angle AHE = \angle BHF \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \triangle HAE \sim \triangle HBF \text{ (g.g) (đpcm)}$$

c) Xét $\triangle AFC$ và $\triangle BEC$ có:

$$F = E (= 90^\circ)$$

C chung

$$\Rightarrow \triangle AFC \sim \triangle BEC \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{CF}{CE} \Rightarrow AC \cdot CE = CF \cdot CB \text{ (đpcm)}$$

d) Gọi D là giao điểm của AB và HK $\Rightarrow$ D là trung điểm của AB và HK.

Đề AHBK là hình thoi thì $AB \perp HK$.

Mà H trực tâm của tam giác ABC nên $CH \perp AB$.

$\Rightarrow$ C, H, K thẳng hàng hay C, H, D thẳng hàng.

Khi đó CD là đường cao của tam giác ABC.

Mà D là trung điểm của AB nên CD cũng là đường trung tuyến của tam giác ABC

$\Rightarrow$ Tam giác ABC cân tại C.

Vậy để AHBK là hình thoi thì tam giác ABC cân tại C.

Bài 5. (0,5 điểm) Cho a, b, c và x, y, z là các số khác nhau và khác 0. Chứng minh rằng:

$$\text{Nếu } \frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0 \text{ và } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \text{ thì } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Phương pháp

Biến đổi $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$ và $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ để có đpcm.

Sử dụng hằng đẳng thức nâng cao: $(A + B + C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC$.

Lời giải

Ta có:

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$$

$$\frac{ayz + bxz + cxy}{xyz} = 0$$

$$\Rightarrow ayz + bxz + cxy = 0$$

Ta lại có:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} \right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{x}{a} \right)^2 + \left(\frac{y}{b} \right)^2 + \left(\frac{z}{c} \right)^2 + 2 \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{y}{b} + 2 \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{z}{c} + 2 \cdot \frac{y}{b} \cdot \frac{z}{c} = 1$$

$$\left(\frac{x}{a} \right)^2 + \left(\frac{y}{b} \right)^2 + \left(\frac{z}{c} \right)^2 + 2 \left(\frac{xy}{ab} + \frac{xz}{ac} + \frac{yz}{bc} \right) = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2 \left(\frac{xyz + bxz + ayz}{abc} \right) = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2 \cdot \frac{0}{abc} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Ta được điều phải chứng minh.